SUR LES

MODIFICATIONS QU'ÉPROUVE LA LUMIÈRE

PAR SUITE

DU MOUVEMENT DE LA SOURCE LUMINEUSE ET DU MOUVEMENT DE L'OBSERVATEUR

(DEUXIÈME PARTIE);

PAR M. MASCART,

PROFESSEUR AU COLLÉGE DE FRANCE.

IX. — *Réfraction dans un prisme.*

Dans un travail précédent [1], j'ai étudié par la théorie et par l'expérience les phénomènes de réflexion et ceux de diffraction, au point de vue de l'influence que peuvent exercer le déplacement de la source lumineuse et le mouvement de l'observateur; il me reste maintenant à passer en revue les expériences dans lesquelles la lumière traverse un milieu réfringent. J'examinerai d'abord la réfraction ordinaire.

Influence du déplacement de la source. — Le problème ne présente pas de difficultés si la source de lumière est seule mobile, le prisme réfringent étant fixe avec l'observateur. Dans ce cas, les ondes incidentes sont modifiées par le déplacement de la source [2] et l'on peut aisément calculer le changement qu'éprouve la réfraction : j'indiquerai quelques exemples du calcul, parce que j'aurai à en faire usage plus tard.

Supposons qu'une source qui émettrait, à l'état de repos, une lumière homogène de longueur d'onde λ marche vers un prisme réfrin-

[1] *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. I, p. 157.

[2] *Loc. cit.*, p. 172.

gent avec la vitesse de la Terre, la longueur d'onde des rayons qui parviendront au prisme sera, en désignant par a l'aberration,

$$\lambda' = \lambda(1 - a).$$

Si, dans une autre expérience, la source s'éloigne du prisme, la longueur d'onde deviendra

$$\lambda'' = \lambda(1 + a),$$

ce qui donne

$$\frac{\lambda'' - \lambda'}{\lambda} = 2a = \frac{1}{5000}.$$

Le changement de longueur d'onde dans les deux expériences est donc de $\frac{1}{5000}$. Comme les longueurs d'onde des deux raies du groupe D appartenant au sodium diffèrent d'environ $\frac{1}{1000}$, il en résulte que, si la lumière que l'on observe a une réfrangibilité voisine de celle de la lumière jaune de la soude, on pourra, en faisant les deux expériences indiquées, constater un déplacement égal au $\frac{1}{5}$ de la distance des deux raies D.

Il serait plus avantageux d'observer une autre région du spectre où la réfrangibilité varie plus vite avec la longueur d'onde. Ainsi les trois raies du groupe b qui appartiennent au magnésium ont pour longueurs d'onde

$$b_1 = 0,5183,$$
$$b_2 = 0,5172,$$
$$b_3 = 0,5167.$$

La différence des longueurs d'onde des deux dernières, qui sont les plus voisines, est d'environ $\frac{1}{1000}$ de l'une d'elles, de sorte que dans cette région du spectre le déplacement dont nous parlons serait environ le $\frac{1}{5}$ de la distance des deux raies b_2 et b_3. On sait que dans les spectres de réfraction ces raies se montrent beaucoup plus écartées que celles du groupe D. On gagnerait encore à observer plus loin, vers la raie F ou dans le violet; je vais d'ailleurs fixer les idées par un calcul très-simple.

Désignons par n, n', n'' les indices de réfraction qui correspondent aux longueurs d'onde λ, λ', λ''. La loi de dispersion qui lie ces quantités ne se présente pas sous une forme simple, mais, quand il s'agit de rayons aussi voisins, on peut se borner aux deux premiers termes de la formule de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} = f(\lambda).$$

Comme les longueurs d'onde λ' et λ'' diffèrent très-peu de λ, on peut calculer n' et n'' par les formules suivantes :

$$n' = f(\lambda - a\lambda) = f(\lambda) - a\lambda f'(\lambda),$$

$$n' = n + 2a\frac{B}{\lambda^2},$$

$$n'' = n - 2a\frac{B}{\lambda^2}.$$

On en déduit

$$n' - n'' = 4a\frac{B}{\lambda^2} = 4a(n - A).$$

Si le milieu considéré a la même dispersion que le spath d'Islande pour les rayons ordinaires, on pourra prendre

$$A = 1,6391.$$

L'indice de réfraction relatif à la raie D étant

$$n = 1,6585,$$

il en résulte

$$n' - n'' = 0,0000077.$$

Pour la raie F, au contraire, on a

$$n = 1,6679,$$

ce qui donnerait

$$n' - n'' = 0,0000115.$$

Le changement d'indice de réfraction est donc presque doublé.

Calculons maintenant le changement qu'éprouve la déviation elle-même dans un cas simple.

Considérons, par exemple, un prisme réfringent CDE (*fig.* 11) tel que la lumière tombe normalement sur la face d'entrée CD et n'éprouve de réfraction qu'à la sortie. Soit r l'angle du rayon incident avec la normale à la face de sortie (c'est l'angle du prisme), i l'angle de rayon émergent IR avec la même normale, on a

$$\sin i = n \sin r.$$

Si l'indice de réfraction varie peu, l'angle r étant constant, on aura

$$\cos i \, di = \sin r \, dn,$$

ou bien, en appelant i' et i'' les angles relatifs aux indices n' et n'',

$$(i' - i'') \cos i = (n' - n'') \sin r,$$

$$(i' - i'') = (n' - n'') \frac{\sin r}{\cos i} = \frac{n' - n''}{n} \operatorname{tang} i.$$

Pour le rayon ordinaire du spath d'Islande et la raie D on trouve

$$\frac{n' - n''}{n} = 1'' \text{ environ;}$$

donc

$$i' - i'' = 1'' \operatorname{tang} i.$$

Si l'angle i est égal à 85 degrés, c'est-à-dire si le rayon émergent fait avec la surface un angle de 5 degrés, on trouve

$$i' - i'' = 11'',5.$$

Avec un prisme de flint on pourrait avoir un angle d'environ 10 secondes pour la même inclinaison, et $2'',5$ seulement pour un rayon qui ferait avec la surface un angle de 20 degrés.

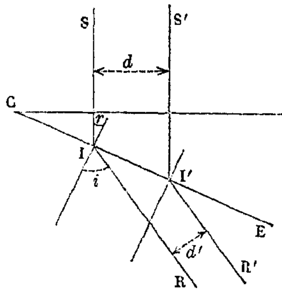
On voit qu'il y a tout avantage à se rapprocher de la surface ; mais il faut alors faire attention à une autre circonstance qui peut diminuer le bénéfice de cette disposition : c'est le rétrécissement du faisceau émergent. Les observations seront d'autant plus précises que le pouvoir optique de la lunette d'observation sera plus considérable, ou bien (si toute la lumière qui sort du prisme tombe sur l'objectif) que la largeur du faisceau sera plus grande ; le pouvoir optique utilisé est précisément proportionnel à cette largeur du faisceau émergent.

Soit donc d la largeur du faisceau incident, d' celle du faisceau réfracté, on a

$$d' = \mathrm{II}' \cos i = d \frac{\cos i}{\cos r}.$$

La meilleure condition sera donc celle pour laquelle la déviation $i' - i''$ sera la plus grande possible, par rapport à l'angle minimum

Fig. 11.



que la lunette puisse distinguer; cet angle minimum est en raison inverse du pouvoir optique, c'est-à-dire proportionnel au rapport $\frac{d}{d'}$. La condition la plus avantageuse correspond donc au cas où le rapport $\frac{i'-i''}{\frac{d}{d'}}$ est maximum, c'est-à-dire celui où le produit $(i'-i'')\,d'$ est maximum. Or on a

$$(i'-i'')\,d' = \frac{n'-n''}{n}\operatorname{tang} i \times d\,\frac{\cos i}{\cos r} = \frac{n'-n''}{n}\,d\,\frac{\sin i}{\cos r},$$

ou bien

$$(i'-i'')\,d' = \frac{n'-n''}{n}\,d\,\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 i} - \frac{1}{n^2}}}.$$

Pour que cette expression soit un maximum, il faut que $\sin i$ soit maximum, c'est-à-dire que i soit aussi voisin que possible de 90 degrés.

Ainsi, malgré la diminution de pouvoir optique qui provient du rétrécissement du faisceau réfracté, le maximum de sensibilité aura encore lieu quand on observera le plus près possible de la surface.

Toutefois on ne tardera pas à être arrêté dans cette voie pour d'autres motifs, d'abord à cause de l'affaiblissement progressif de la lumière, et surtout à cause de l'exagération des défauts de la surface de sortie.

En effet, l'emploi d'un seul prisme, disposé comme je l'ai indiqué, permet d'obtenir une dispersion considérable avec une seule surface réfringente. On n'a donc à soigner que le travail de cette seule surface et tout serait à l'avantage de l'expérience (simplicité de l'appareil, pureté des images, etc.) si l'on pouvait obtenir un prisme parfaitement homogène terminé par une surface parfaitement plane. Malheureusement les défauts de la surface ont une influence exagérée sur les rayons qui sont voisins d'être rasants; c'est là une grave difficulté, qu'il faut tâcher de tourner par le soin apporté au travail et par certains procédés d'expérimentation, comme on le verra plus loin.

Remarquons encore qu'il est impossible de se placer exactement dans le cas d'un prisme immobile comme nous l'avons supposé, parce que dans toutes les observations le prisme et l'observateur seront nécessairement entraînés par le mouvement de la Terre. Néanmoins notre calcul trouvera son application.

Influence du déplacement du prisme. — Si la réfraction de la lumière s'effectue dans un milieu mobile, comme nous allons le supposer maintenant, il est nécessaire de s'appuyer sur un principe nouveau pour évaluer l'influence qu'exerce le transport du milieu pondérable transparent sur la propagation des ondes lumineuses.

La question a été posée par Arago [1]. En s'appuyant sur la théorie de l'émission, il avait calculé que les rayons émanés de deux étoiles fixes, situées aux deux extrémités de la droite suivant laquelle marche la Terre en vertu de son mouvement de translation, doivent éprouver dans un prisme des réfractions inégales; ce calcul conduirait à un déplacement de plusieurs secondes (près de 60) qu'on aurait pu observer avec des appareils médiocrement précis. Arago l'a essayé sans succès en se servant d'un prisme achromatisé; malheureusement il n'a laissé aucun renseignement expérimental sur la manière dont l'observation a été faite, et il paraît difficile d'apprécier si cette observation pouvait être concluante.

Les expériences d'Arago sur la lumière des étoiles fut pour Fresnel

---

[1] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. VIII, p. 326 (1839). Je ne connaissais pas cette Note d'Arago quand j'ai publié la première partie de ce travail (*voir* p. 158.)

l'occasion d'un de ses Mémoires les plus remarquables. Pour expliquer le résultat d'Arago dans la théorie des ondulations, Fresnel admet qu'un milieu pondérable en mouvement entraîne avec lui, non pas la totalité de l'éther qu'il renferme, mais seulement l'excès de cet éther sur celui qui existerait dans le même espace en l'absence de la matière pondérable. Fresnel avait été conduit, en effet, à admettre, pour expliquer la réflexion et la réfraction, que la densité de l'éther est moins grande dans le vide que dans les milieux réfringents. De cette hypothèse du transport partiel de l'éther il déduit, par suite de raisonnements que j'ai déjà rappelés [1], que la vitesse de propagation U' de la lumière dans un milieu pondérable en mouvement est exprimée par la formule suivante :

$$U' = U + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \tag{1}$$

dans laquelle U est la vitesse de propagation de la lumière considérée dans le même milieu en repos, u la composante de la vitesse du milieu parallèle à la propagation et n l'indice de réfraction.

Sans discuter les raisonnements de Fresnel, nous pouvons d'abord admettre la formule finale (1) et voir comment on en déduira la réfraction apparente qu'éprouve, dans un prisme mobile avec la Terre, la lumière qui provient d'une étoile fixe. Nous considérerons avec Fresnel quelques cas particuliers pour en déduire ensuite la solution générale.

1° La Terre se meut perpendiculairement au plan d'incidence. Supposons que la lumière passe d'un milieu réfringent dans le vide.

Soient AB (*fig.* 12) la surface de séparation, SA et S'B deux rayons qui parviennent à la surface au bout d'intervalles du temps différant d'une unité. On sait que, pour obtenir le rayon réfracté, il suffit de mener par le point B un plan tangent à la sphère décrite du point A comme centre avec un rayon égal à V, la vitesse de la lumière dans le vide, et de joindre le point A au point de contact : on obtient ainsi le rayon réfracté AM'.

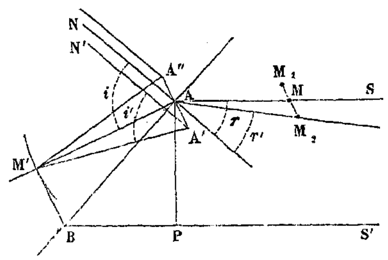
Soient A''A' la direction du transport du milieu et A'' A $= u$ sa vi-

---

[1] *Loc. cit.*, p. 160.

tesse. Pendant que la vibration se propage de A en M', le point A est venu en A' de sorte que la direction apparente du rayon réfracté est A'M'; ce rayon fait avec la normale l'angle $i' = M'A'N'$ pendant que le rayon réfracté absolu fait l'angle $i = M'AN$.

Fig. 12.



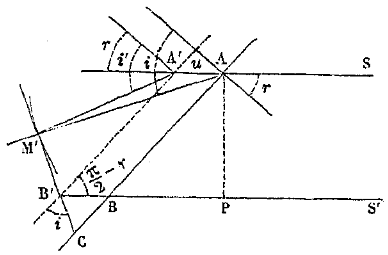
Dans le triangle M'AA' la droite AA' est une quantité infiniment petite de l'ordre de l'aberration par rapport à M'A; l'oblique M'A' ne diffère donc de la perpendiculaire M'A que d'un infiniment petit du second ordre, et par conséquent l'angle i', que fait cette droite avec la normale à la surface, ne diffère lui-même de l'angle i que d'un infiniment petit du second ordre.

De même, pendant que la vibration parcourt dans le milieu l'espace $MA = U$ parallèlement aux rayons incidents, cette vibration est entraînée par le milieu lui-même. Le point dont la vibration est parvenue en A n'est pas le point M, mais un autre point M_1 situé sur une perpendiculaire MM_1 à MA. L'entraînement de la vibration n'étant pas égal à celui du milieu, le point physique du milieu, qui était tout à l'heure en M_1, est venu quelque part en M_2, de sorte que la direction apparente du rayon incident est M_2A. Sans qu'il soit nécessaire de calculer la distance MM_2, il suffit de remarquer qu'elle est de l'ordre de l'aberration et que, par suite, les deux angles r' et r ne peuvent différer que de l'ordre du carré de l'aberration. Entre les deux angles i et r on a la relation $\sin i = n \sin r$, et cette même relation existera encore entre les angles i' et r' si l'on néglige le carré de l'aberration.

2° La Terre se meut parallèlement aux rayons incidents.

Soient SA et S'B' (*fig.* 13) deux rayons qui parviennent à la surface à des intervalles de temps distants d'une unité. Pendant ce même temps le point A de la surface est venu en A′ à la distance $AA' = u$; le rayon réfracté absolu est AM′ et le rayon apparent est A′M′ : ils font

Fig. 13.



avec la normale des angles i et i'. Le rayon incident apparent se confond avec le rayon absolu.

Le triangle M′AA′ donne

$$\frac{AA'}{AM'} = \frac{u}{V} = \frac{\sin(i'-i)}{\sin(i'-r)} = a,$$

d'où

$$\sin(i'-i) = a\sin(i'-r).$$

Cette équation montre que les angles i et i' diffèrent de l'ordre de l'aberration. On en déduit, en négligeant le carré de a^2,

$$\sin i = \sin i' - a\sin(i'-r)\cos i'. \tag{3}$$

Pour trouver une autre relation entre les angles i, r et i', il faut évaluer l'espace PB′ parcouru par la lumière dans le milieu pendant l'unité de temps. En adoptant la formule de Fresnel, on aura

$$PB' = U + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \quad PB = PB' - u = U - \frac{u}{n^2}.$$

Les triangles AM′C, ABP, BCB′ donnent

$$\frac{V}{\sin i} = AB + BC, \tag{4}$$

$$AB = \frac{BP}{\sin r} = \frac{1}{\sin r}\left(U - \frac{u}{n^2}\right),$$

$$BC = u\frac{\cos(i-r)}{\sin i}.$$

L'équation (4) devient alors

$$\frac{V}{\sin i} = \frac{U}{\sin r} - \frac{u}{n^2 \sin r} + \frac{u \cos(i-r)}{\sin i}.$$

Remplaçons maintenant U par $\frac{V}{n}$, et divisons par V pour introduire l'aberration $a = \frac{u}{V}$, et nous obtenons

$$n \sin r [1 - a \cos(i-r)] = \sin i - \frac{a}{n} \sin i.$$

Comme $\sin i$ ne diffère de $n \sin r$ que d'une quantité de l'ordre de l'aberration, on peut modifier le dernier terme et écrire

$$n \sin r [1 - a \cos(i-r)] = \sin i - a \sin r.$$

Remplaçons maintenant $\sin i$ par sa valeur tirée de l'équation (3), il viendra

$$\begin{aligned} n \sin r [1 - a \cos(i-r)] &= \sin i' - a [\sin r + \sin(i'-r) \cos i'] \\ &= \sin i' - a \sin i' \cos(i'-r) \\ &= \sin i' [1 - a \cos(i'-r)]. \end{aligned}$$

En supprimant le facteur commun, et négligeant les termes de l'ordre de a^2, il reste

$$\sin i' = n \sin r.$$

Il y a donc entre les angles apparents i' et r la même relation que si le prisme était immobile.

3° La Terre se meut parallèlement au plan d'incidence et perpendiculairement aux rayons incidents.

Les deux rayons SA et S'B' (*fig.* 14) parviennent encore à la surface à des époques distantes d'une unité, pendant que le milieu parcourt l'espace AA'. Le rayon réfracté absolu est AM, le rayon apparent A'M.

Le triangle AA'M donne

$$\frac{AA'}{MA} = \frac{u}{V} = a = \frac{\sin(i-i')}{\cos(i'-r)}.$$

On en déduit

$$\sin(i - i') = a\cos(r' - r),$$

$$\sin i = \sin i' + a\cos(i' - r)\cos i'. \tag{5}$$

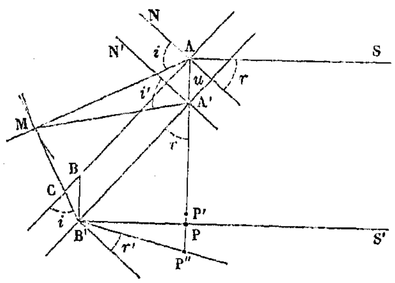
Les triangles AMC, A′B′P, BCB′ donnent encore

$$\frac{V}{\sin i} = AB + BC, \tag{6}$$

$$AB = A'B' = \frac{B'P}{\sin i} = \frac{U}{\sin r},$$

$$BC = u\,\frac{\sin(i - r)}{\sin i}.$$

Fig. 14.



On en déduit, en substituant ces dernières valeurs dans l'équation (6) et faisant les réductions,

$$n\sin r = \sin i\,[1 + a\sin(i - r)]. \tag{6'}$$

Pour déterminer la direction apparente des rayons incidents, on remarquera que, pendant que la vibration parcourt l'espace PB′, le point P de l'éther se déplace lui-même, de sorte que le point dont la vibration est parvenue en B′ est un point P′ situé à une distance PP′ égale à l'entraînement que subit la vibration pendant l'unité de temps. On a donc

$$P'P = u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Pendant ce temps, le point P′ du milieu s'est lui-même transporté en P″ à une distance égale à u, et l'on a

$$PP'' = u - P'P = \frac{u}{n^2}.$$

La direction apparente du rayon incident est P″B′; elle fait avec la normale l'angle r' qu'il est aisé de calculer. On aura

$$\frac{u}{n^2} = \mathrm{U}\operatorname{tang}(r - r') = \frac{\mathrm{V}}{n}\operatorname{tang}(r - r'),$$

ou bien

$$r - r' = \frac{a}{n},$$

$$(7) \qquad \sin r' = \sin r - \frac{a}{n}\cos r.$$

Les équations (5) et (6)′ donnent

$$n \sin r = \sin i' + a \cos r,$$

ou bien

$$\sin i' = n\left(\sin r - \frac{a}{n}\cos r\right).$$

En comparant cette équation avec l'équation (7), il vient

$$\sin i' = n \sin r'.$$

Il y a donc entre les angles apparents d'incidence et de réfraction la même relation que si le prisme était immobile.

4° Enfin, si le mouvement du prisme est quelconque, on le remplacera par trois composantes rectangulaires dirigées comme celles que nous avons considérées : chacune des composantes est sans influence; il en sera de même pour le mouvement résultant.

On conclut de là que :

« La réfraction apparente que subit, dans un prisme mobile avec la Terre, la lumière émise par une source fixe est identique à celle que l'on observerait si le prisme et l'observateur étaient immobiles. »

Cet énoncé est la traduction de l'expérience d'Arago.

J'ai reproduit tous les calculs relatifs à l'expérience d'Arago, parce que la formule de Fresnel, qui fournit le point de départ de ces calculs, va être l'objet de toute la discussion dans ce nouveau Mémoire.

Il semble en effet résulter de ce qui précède que la réfraction ne peut être d'aucun secours pour la question qui nous occupe, la réfraction apparente étant toujours égale à la réfraction qui aurait lieu dans le cas où le prisme et l'observateur seraient en repos. Le mouvement de la Terre, en particulier, n'aurait aucune influence sur la réfraction de la lumière dans un prisme, et c'est précisément le contraire qui est vrai. Si l'expérience d'Arago, interprétée comme elle me paraît l'avoir toujours été, était exacte, ce serait une bonne fortune; il suffit, pour s'en convaincre, d'examiner les conséquences qu'elle entraînerait.

Si le mouvement du prisme et de l'observateur n'a aucune influence sur la réfraction de la lumière qui leur provient d'une source fixe, il en résulte que le prisme sera capable de mettre en évidence le mouvement *absolu* d'une source de lumière. La longueur d'ondulation étant modifiée par le mouvement de la source et la réfraction (absolue dans un prisme fixe, ou apparente dans un prisme mobile) ne dépendant que de la longueur d'onde, il est clair en effet que la déviation augmentera ou diminuera quand la longueur d'onde sera elle-même modifiée, et cela d'une quantité précisément correspondante à la variation de longueur d'onde.

Ainsi il suffirait d'observer la lumière émise par une source terrestre et de la faire cheminer soit dans le sens, soit en sens contraire du mouvement de translation de la Terre pour obtenir un changement de déviation double de celui qui serait dû au mouvement de la source; et, même dans ce cas, les changements de réfraction seraient dus, non pas seulement au mouvement de la Terre autour du Soleil, mais à son mouvement *absolu* dans l'espace, ce qui pourrait conduire aux résultats les plus inattendus. De même, en examinant à différentes époques de l'année la lumière qui nous vient du Soleil, on pourrait savoir si le mouvement du système solaire tout entier a une composante sensible parallèle au plan de l'écliptique, etc. De même encore, la réfraction de la lumière des étoiles nous permettrait de déterminer la composante du mouvement *absolu* de ces astres parallèlement à la direction des rayons qu'ils nous envoient.

Sans nous égarer à suivre de pareilles conséquences, examinons l'expérience d'Arago en elle-même et cherchons si l'on peut la soumettre à un contrôle expérimental. La solution est très-simple.

Considérons deux sources de lumière identiques, l'une sur la Terre, une flamme d'alcool salé par exemple, et l'autre sur une étoile fixe, du sodium en vapeurs incandescentes. Les ondes lumineuses qui proviennent de l'étoile ne sont modifiées par aucune cause; celles qui proviennent de la source terrestre sont dilatées ou resserrées suivant le sens dans lequel on examine la propagation. Ces deux systèmes d'ondes, en tombant sur un prisme réfringent mobile avec la Terre, n'y peuvent pas subir la même réfraction. Si l'expérience d'Arago est exacte, si les rayons émis par l'étoile n'éprouvent aucun changement de réfraction, il est impossible que ceux qui proviennent de la source terrestre n'en éprouvent pas; si, au contraire, il est bien démontré que la réfraction apparente des rayons émis par une source terrestre ne subit aucune altération dans quelque direction qu'ils se propagent, il en résultera, comme conséquence nécessaire, que l'observation d'Arago ne peut être exacte.

C'est ainsi que je me suis posé la question; j'ai cherché par différents moyens si l'on pouvait mettre en évidence le mouvement de la Terre par l'observation des sources de lumière terrestres.

X. — *Expériences sur la réfraction.*

Pour voir si le mouvement de la Terre a une influence sur la réfraction des rayons émis par une source terrestre, il faut faire cheminer ces rayons d'abord dans le sens du mouvement de la Terre, puis en sens contraire. On aura ainsi doublé l'effet, et le déplacement sera dû, s'il existe, à un changement de longueur d'onde de $\frac{1}{5000}$; cela correspond, comme on l'a vu plus haut, au $\frac{1}{6}$ de la distance des deux raies D ou des raies b_2 et b_3 du magnésium.

On peut disposer son appareil sur une table mobile, autour d'un axe vertical, et, en faisant l'expérience à midi ou à minuit, diriger la source alternativement vers l'est ou vers l'ouest. On obtiendra à midi un changement de déviation dans un certain sens, et à minuit un changement en sens contraire.

Un autre procédé consiste à profiter du mouvement de rotation de la Terre. Si l'appareil est installé à poste fixe, de manière que la lumière incidente chemine de l'ouest à l'est, par exemple, cette propagation se fera à minuit dans le sens du mouvement de la Terre, et à midi dans le sens directement opposé. Il suffira donc de venir observer le phénomène à des heures convenables, sans toucher aux instruments, et, si l'on peut éliminer les variations accidentelles, on pourra juger s'il y a ou non une différence de pointé.

J'ai employé ces deux méthodes successivement.

J'ai toujours eu recours à la réfraction produite par un seul prisme, taillé de façon que les rayons incidents, étant à peu près normaux à la face d'entrée, fussent presque rasants à la face de sortie. On peut ainsi, avec une seule réfraction, obtenir une dispersion considérable; on n'a à se préoccuper que d'une surface, et surtout le phénomène correspond alors à un cas très-simple qui se prêtera facilement aux discussions théoriques. Il va sans dire que l'angle du prisme n'a pas besoin pour cela d'être absolument exact : il suffit évidemment que la face d'entrée soit *à peu près* normale aux rayons incidents; on donnera ensuite au prisme des déplacements à droite et à gauche, de manière à placer les rayons émergents dans les conditions qui conviendront le mieux.

Le choix de la source de lumière a aussi de l'importance. Comme il est difficile ou plutôt incommode de se procurer les raies de la soude avec un grand éclat, et que la réfraction rasante affaiblit considérablement la lumière, j'ai eu recours, dans mes premières expériences, à une étincelle entre des fils de magnésium; on obtient ainsi dans le spectre trois raies brillantes vertes d'une grande intensité. Ces raies s'écartent de plus en plus quand on fait rapprocher le rayon réfracté de la surface; mais en même temps l'éclat diminue rapidement, et surtout la pureté des images est profondément troublée. Les raies deviennent tordues, estompées, se détachant mal sur un fond obscur, ce qui rend l'observation difficile. Cet inconvénient s'est présenté du moins dans mes premières expériences; les prismes dont je disposais alors n'ayant pas d'assez grandes dimensions et n'étant pas assez homogènes, je ne pouvais observer qu'avec une lunette de spectroscope ordinaire d'un faible grossissement, et l'apparence du phénomène n'était pas assez satisfaisante pour que l'on pût en déduire une conclusion avec sécurité.

Néanmoins l'expérience a été répétée un grand nombre de fois, et le résultat a été souvent négatif. Plusieurs observations cependant ont indiqué un changement de déviation appréciable, correspondant à un accroissement de réfraction pour le cas où les rayons incidents chemineraient dans le sens du mouvement de la Terre, et ce changement était de même ordre que celui qu'indiquait le calcul.

Mais de nouvelles expériences, répétées dans des conditions plus satisfaisantes, m'ont conduit à une conclusion diamétralement opposée : le déplacement cherché est rigoureusement nul, ou du moins, s'il existe, il est extrêmement petit par rapport à celui qu'indiquait le calcul.

J'ai d'abord apporté quelques changements aux procédés d'observation :

1° Les prismes avaient des dimensions considérables, afin que le faisceau émergent pût encore conserver une certaine largeur, malgré le rétrécissement dû à la réfraction rasante.

2° Au lieu de pointer le phénomène avec un fil de réticule et d'évaluer ensuite par estime le déplacement de l'image pour les deux directions opposées de l'appareil, je me suis servi d'une lunette à réticule micrométrique. On pointe alors l'image dans les différentes circonstances, sans se préoccuper de l'effet attendu, et le changement, s'il y a lieu, est indiqué par les lectures du tambour de la vis micrométrique.

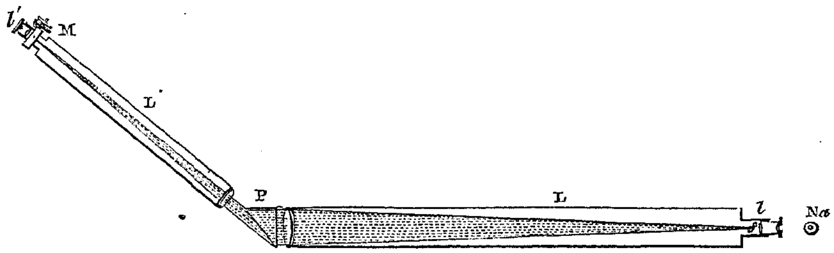
3° Enfin le pointé d'une raie brillante sur un fond noir n'est pas commode : on ne peut distinguer les fils du réticule que si la lumière est très-éclatante et les images assez larges, à moins qu'on n'éclaire le champ par une lumière étrangère, et encore ce dernier moyen ne peut pas être employé quand les raies ont un faible éclat, comme celles que donne une flamme à la soude.

J'ai cherché à produire des raies obscures sur fond brillant. L'idée la plus simple était d'utiliser les procédés de renversement des raies brillantes qui jouent un si grand rôle dans l'Analyse spectrale; mais ces procédés n'étaient pas assez rapides et ne permettaient pas des observations suivies comme celles que je voulais entreprendre. J'ai trouvé alors un moyen d'une simplicité extrême, qui consiste à remplacer la fente du collimateur par un fil d'araignée tendu sur une large ouverture, et à éclairer le tout par une flamme chargée de vapeur de sodium. Après réfraction de cette lumière dans un prisme, on obtient au foyer de la lunette d'observation deux images de l'ouverture produites par les deux lumières homogènes qui émanent de la flamme jaune, et sur chacune de ces images un trait noir qui correspond au fil d'araignée. Les deux traits noirs voisins qu'on obtient ainsi rappellent tout à fait le renversement des raies brillantes, avec cette différence que le fond est uniformément éclairé en jaune au lieu d'être formé par différentes couleurs du spectre.

Retournement de l'appareil. — Dans une première série d'expériences, les appareils étaient installés sur une table mobile autour d'un axe vertical, qui permettait de diriger la lumière alternativement vers l'est ou vers l'ouest.

Voici la disposition expérimentale (*fig.* 15) :

Fig. 15.



N_a est un brûleur de Bunsen dans lequel on met un peu de phosphate de soude;

L lunette astronomique dont l'objectif a 10 centimètres de diamètre, $1^m,10$ de longueur focale;

f fil vertical du foyer de cette lunette; *l* est une loupe qui n'est pas nécessaire : elle empêche seulement les sels projetés par la flamme de toucher le fil *f*;

P prisme réfringent; la face d'entrée a 10 centimètres de longueur et 10 centimètres de hauteur; l'angle du prisme est $37°53'50''$, et l'indice de réfraction pour la raie D 1,62508;

L' lunette astronomique dont l'objectif a 55 millimètres de diamètre et 620 millimètres de longueur focale;

M micromètre portant deux fils en croix et mobile à l'aide d'une vis; le pas de la vis est de $0^{mm},4$, et le tambour porte cent divisions : un tour équivaut donc à 129 secondes, et une division du tambour à $1'',29$.

On peut amener le fil du réticule sur l'une des deux images noires *f'* et f'' du fil f, et, pendant un intervalle de temps assez court pour que les variations de température n'aient pas d'influence appréciable, faire plusieurs pointés, en dirigeant successivement l'appareil dans deux sens opposés.

Dans certains cas, le fil du réticule était parallèle aux images f' et f''; d'autres fois, on a fait tourner le micromètre de 45 degrés pour mettre les fils du réticule en croix avec les raies noires : c'est un mode de pointé qui est préféré par certains observateurs.

L'expérience a été faite un grand nombre de fois en dirigeant alternativement l'appareil vers l'est et vers l'ouest, à midi et à minuit. Comme le résultat a été constamment négatif, je pourrais me borner à citer le fait; mais, pour donner une idée de la précision que comportaient les expériences, je vais rapporter quelques mesures.

Première expérience. — 3 mars 1872; $11^h 15^m$ du matin.

Micromètre à 45 degrés. On fait plusieurs pointés dans chaque position, en déplaçant toujours le micromètre dans le même sens pour éviter tout effet de temps perdu. Les nombres indiqués sont les divisions du tambour du micromètre.

Source à l'ouest.		Source à l'est.	
60,8			
60,8			
60,5	Moyenne, 60,52		
60,0			
60,5		60,5	
		59,5	
		59,8	Moyenne, 59,76
		59,5	
59,3		59,5	
59,2			
60,5	Moyenne, 59,64		
60,2			
59,0		59,0	
		60,0	
		59,2	Moyenne, 59,48
		59,0	
		60,2	

Fin des observations, $11^h 45^m$.

Il y a, comme on le voit, une diminution lente des lectures qui peut tenir à une variation très-faible de température. La variation des moyennes paraît bien indépendante de la direction de l'appareil; on le voit encore mieux en les comparant par la méthode des alternatives :

$$\frac{60,52 + 59,64}{2} = 60,08 \quad \text{au lieu de} \quad 59,76,$$

$$\frac{59,76 + 59,48}{2} = 59,62 \quad \text{au lieu de} \quad 59,64.$$

Or, avec cette disposition, la distance des deux raies f' et f'' correspondait à cinquante divisions du tambour ou un demi-tour de vis, c'est-à-dire environ $65'' = 1' 5''$. Le déplacement, s'il existe, n'est certainement pas d'un cinquième de division du tambour, c'est-à-dire de $\frac{1}{250}$ de la distance des deux raies D. Comme le déplacement indiqué par le calcul est le cinquième de la distance des deux raies D, il en résulte que la précision des expériences est cinquante fois plus grande que la quantité qu'il s'agissait de mettre en évidence.

Deuxième expérience. — 4 mars 1872; 11 heures du matin.

Source à l'ouest.		Source à l'est.	
85	Moyenne, 85,10		
85			
84,5			
86			
		85	Moyenne, 84,90
		85	
		84,5	
		85	

Je citerai encore une autre expérience faite à peu près à la même époque (je n'ai pas noté la date), à $2^h 30^m$ du soir, par M. Fizeau :

Source à l'ouest.		Source à l'est.	
44,7	Moyenne, 46,3		
47,2			
46,3			
		46,6	Moyenne, 46,7
		46,2	
		47,2	

La distance des raies D correspondait, dans cette expérience, à quarante-quatre divisions du tambour.

Expériences comparatives de midi et de minuit. — La plus grande difficulté de ces expériences était d'éviter les changements de réfraction dus aux variations de température et à toutes les causes inconnues. L'appareil a été installé au laboratoire de chimie de l'École Normale supérieure, dans une cave complétement close, ne communiquant avec l'extérieur que par la porte d'entrée, et dans laquelle on ne pénétrait que deux fois par jour, juste pendant le temps nécessaire aux observations.

La lunette servant de collimateur avait un objectif de 108 millimètres et une longueur focale de $1^{m},30$.

Le prisme avait, sur sa face d'entrée, une longueur de 13 centimètres et une hauteur de 10 centimètres. L'angle réfringent était de $32°55'25''$, et l'indice de réfraction pour la raie D de 1,63014 : il était donc un peu plus réfringent que celui de l'expérience précédente.

La lunette d'observation était de même dimension que celle qui a été décrite plus haut.

Pour donner à cette installation une grande stabilité, j'ai fait bâtir quatre colonnes en pierres cimentées avec du plâtre, et sur ces colonnes on a scellé deux dalles de pierre. Les instruments ayant été réglés par des tâtonnements successifs, toutes les pièces ont été fixées en place. Le collimateur avait été scellé au plâtre sur les deux dalles; le prisme et la lunette ont été fixés avec de l'arcanson qu'on a coulé sur tous les supports. Auprès du prisme était suspendu un thermomètre divisé en cinquantièmes de degré, et l'on observait ce thermomètre avec un viseur posé sur la dalle. La source de lumière était un bec de Bunsen, dans la flamme duquel on maintenait une petite quantité de phosphate de soude. Enfin au foyer principal du collimateur on avait placé, non pas un simple fil vertical, mais un réticule formé de cinq filets verticaux, comme dans certaines lunettes astronomiques.

On obtenait ainsi dans le champ d'observation de la lunette cinq groupes de doubles raies obscures sur fond brillant, et l'on observait l'un ou l'autre de ces différents groupes.

Il n'est pas inutile d'ajouter quelques détails sur la manière de régler l'expérience.

Si l'on plaçait immédiatement le prisme de façon que les rayons émergents fussent très-voisins de la surface de sortie, il serait fort difficile de mettre au point la lunette, parce que le faisceau réfracté est *astigmate*, à cause des imperfections de la surface, si faibles qu'elles soient, et le point où se produit l'image d'un fil vertical du collimateur est souvent en dehors des limites où peut se mouvoir l'oculaire de la lunette. Pour trouver cette image à coup sûr, on a profité de ce que le réticule du collimateur pouvait être éloigné ou rapproché par une vis à crémaillère. On commençait par mettre la lunette au point en plaçant le prisme dans le voisinage du minimum de réfraction, puis on tournait le prisme de petites quantités à la fois en déplaçant en même temps la lunette, et, à l'aide de la vis, on déplaçait le réticule de façon que l'image se produisît toujours dans le champ de vision de la lunette. On allait ainsi de proche en proche jusqu'à ce que l'accroissement de dispersion qu'on aurait obtenu en continuant plus loin aurait été compensé par une trop grande déformation des images : on scellait alors toutes les pièces mobiles.

Malgré toutes ces précautions, on a été plus de deux mois avant de pouvoir faire aucune observation régulière. Sans que la température parût éprouver de changements notables, les déviations variaient tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, quelquefois d'une manière brusque, et ces variations d'un jour à l'autre étaient trop grandes pour qu'il fût possible de les éliminer par un système quelconque de compensations. On ne pouvait pas songer à faire des observations fréquentes dans le cours de la journée ou de la nuit, parce qu'il fallait, en entrant dans la cave, allumer deux becs de gaz, et qu'un séjour trop prolongé ou trop fréquent produisait une grande élévation de température. Ces variations étaient dues sans doute au travail des ciments et des mastics, peut-être à une influence de l'état hygrométrique sur ces matières. L'appareil n'est jamais parvenu à une immobilité complète, mais les variations sont devenues beaucoup plus faibles, et l'on a pu éliminer leur influence.

Voici maintenant comment les observations étaient faites :

En entrant dans la cave, on lisait la température, on pointait cinq fois l'une des raies de l'un des groupes, puis cinq fois l'une des raies d'un autre groupe; on répétait ensuite les premières lectures, puis les deuxièmes; on lisait de nouveau la température, on éteignait tout et l'on fermait la cave.

Pour donner une idée de ces observations, je vais reproduire ici quelques pages de mon carnet d'observations. T désigne la température.

Mercredi 7 février 1872; $11^{h}\,30^{m}$ du soir.

$$T = 11^{\circ},43.$$

$$1^{er}\text{ groupe.}\left\{\begin{array}{l}\overset{\text{tours}}{10,15}\\10,15\\10,165\\10,155\\10,15\end{array}\right\}\text{Moyenne, } 10,155$$

$$2^{e}\text{ groupe.}\left\{\begin{array}{l}\overset{\text{tours}}{3,12}\\3,135\\3,135\\3,125\\3,13\end{array}\right\}\text{Moyenne, } 3,129$$

$$1^{er}\text{ groupe.}\left\{\begin{array}{l}10,15\\10,135\\10,165\\10,147\\10,15\end{array}\right\}\text{Moyenne, } 10,150$$

$$2^{e}\text{ groupe.}\left\{\begin{array}{l}3,12\\3,13\\3,12\\3,12\\3,135\end{array}\right\}\text{Moyenne, } 3,125$$

$$T = 11^{\circ},52.$$

Moyennes.

$$T = 11^{\circ},47.$$

1er groupe	10,153
2e »	3,127

Jeudi 8 février 1872; $11^h 45^m$ du matin.

$T = 11^\circ{,}26.$

$$1^{\text{er}}\text{ groupe. }\left\{\begin{array}{l}10{,}15\\10{,}145\\10{,}15\\10{,}13\\10{,}155\end{array}\right\}\text{ Moyenne, } 10{,}146$$

$$2^{\text{e}}\text{ groupe. }\left\{\begin{array}{l}3{,}12\\3{,}115\\3{,}115\\3{,}11\\3{,}13\end{array}\right\}\text{ Moyenne, } 3{,}118$$

$$1^{\text{er}}\text{ groupe. }\left\{\begin{array}{l}10{,}125\\10{,}155\\10{,}15\\10{,}15\\10{,}148\end{array}\right\}\text{ Moyenne, } 10{,}146$$

$$2^{\text{e}}\text{ groupe. }\left\{\begin{array}{l}3{,}11\\3{,}10\\3{,}125\\3{,}12\\3{,}115\end{array}\right\}\text{ Moyenne, } 3{,}115$$

$T = 11^\circ{,}30.$

Moyennes.

$T = 11^\circ{,}28.$

1er groupe 10,146
2e » 3,117

Jeudi 8 février; $11^h 45^m$ du soir.

$T = 11^\circ{,}13.$

$$1^{\text{er}}\text{ groupe. }\left\{\begin{array}{l}10{,}131\\10{,}125\\10{,}135\\10{,}13\\10{,}135\end{array}\right\}\text{ Moyenne, } 10{,}133$$

$$2^{\text{e}}\text{ groupe. }\left\{\begin{array}{l}3{,}118\\3{,}11\\3{,}11\\3{,}115\\3{,}12\end{array}\right\}\text{ Moyenne, } 3{,}116$$

1^er groupe. 10,14; 10,135; 10,12; 10,135; 10,138 — Moyenne, 10,134

2^e groupe. 3,12; 3,125; 3,13; 3,11; 3,11 — Moyenne, 3,119

T = 11°,20.

Moyennes.

T = 11°,16.

1^er groupe..........	10,133
2^e »	3,117

Ces exemples suffiront pour donner une idée de la précision des pointés. Voici maintenant comment on peut comparer les moyennes. Je me servirai des mêmes nombres, en y ajoutant ceux des deux jours suivants :

Date.	Heure.	Moyennes.		Excès sur la 1^re expérience.
Mercredi 7 février..	Minuit.	T............	11°,47	»
		1^er groupe.....	10,153	»
		2^e »	3,127	»
Jeudi 8 février......	Midi...	T............	11,28	−0,19
		1^er groupe.....	10,146	−0,007
		2^e »	3,117	−0,010
	Minuit.	T............	11,16	−0,12
		1^er groupe.....	10,133	−0,020
		2^e »	3,117	−0,010
Vendredi 9 février...	Midi...	T............	11,7	+0,23
		1^er groupe.....	10,146	−0,007
		2^e »	3,113	−0,014
	Minuit.	T............	11	−0,47
		1^er groupe.....	10,154	+0,001
		2^e »	3,122	−0,005

Date.	Heure.	Moyennes.		Excès sur la 1re expérience.
Samedi 10 février....	Midi...	T.............	10°,90	—0,57
		1er groupe	10,153	0
		2e »	3,123	—0,004
	Minuit.	T.............	10,86	—0,61
		1er groupe	10,177	+0,024
		2e »	3,143	+0,016

L'observation des deux groupes présente cet avantage que, si l'on obtient des deux côtés la même différence de pointé, on sera assuré que l'effet n'est pas dû à une erreur de lecture; la dernière colonne montre que les résultats des observations faites sur les deux groupes d'images sont entièrement concordants.

On voit encore que les variations ne peuvent pas être attribuées aux changements de température seulement, car les lectures du micromètre et celles du thermomètre varient tantôt dans le même sens, tantôt en sens contraires.

Y a-t-il maintenant une différence sensible entre l'observation de *midi* et celle de *minuit?* En prenant les observations de jeudi et de vendredi, par exemple, on voit que la somme de toutes les diminutions par rapport à l'observation du mercredi pour les deux groupes, dans les expériences de midi, est 0,038, et la somme des diminutions, pour les expériences de minuit, est 0,034. Comme on ajoute les quatre observations, il ne resterait, pour chacune d'elles, qu'une différence de $\frac{1}{1000}$ de tour, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$ de division du tambour.

Toutes les observations seraient loin de donner la même concordance; mais on peut assurer qu'entre les lectures de midi et de minuit, abstraction faite de toutes les causes d'erreur, il n'y a pas une différence de $\frac{1}{2}$ division du tambour. Or, dans ces expériences, le réticule était parallèle aux raies, et la distance des deux raies D correspondait à 30 divisions du tambour, c'est-à-dire 39 secondes environ. L'erreur possible est donc moindre de $\frac{1}{60}$ de la distance des deux raies D, et par conséquent le $\frac{1}{12}$ de la différence indiquée par le calcul.

Pour permettre à l'appareil de prendre une certaine stabilité et en même temps pour répondre à l'objection qu'on pourrait tirer du mouvement de translation du système solaire, j'ai fait plusieurs séries d'observations à différentes époques de l'année. Voici les plus régulières :

12 observations.	La 1re série va du		27 janvier	au	1er février	1872
15	»	2e	»	1er février	10 février	»
8	»	3e	»	17 février	21 février	»
7	»	4e	»	18 août	22 août	»
10	»	5e	»	24 sept.	28 sept.	»
52						

Le mode de pointé n'a pas toujours été le même dans toutes les séries. Comme le réticule du micromètre était formé de deux fils verticaux coupés par un fil transversal, on a placé, tantôt un fil du micromètre sur une raie noire, tantôt la raie noire entre les deux fils du micromètre, tantôt un fil entre les deux raies voisines, tantôt les fils du micromètre à 45 degrés sur une raie. Il est bien entendu que le mode de pointé adopté au début d'une série était conservé jusqu'à la fin.

Il eût peut-être été utile de laisser encore l'appareil en place; mais la vapeur d'eau dégagée par la combustion du gaz avait fini par produire dans la petite cave une humidité excessive; les objectifs et le prisme étaient ternis par une sorte de végétation microscopique; les fils du réticule étaient envahis par un entrelacement de filaments plus minces, comme si de nouvelles araignées étaient venues y établir leurs toiles. Les observations n'étaient plus possibles; il aurait fallu procéder à un nettoyage complet et à une installation nouvelle, et j'aurais ainsi perdu en partie le bénéfice de la stabilité déjà acquise par l'appareil. D'ailleurs je n'y avais plus d'intérêt, la question me paraissant résolue, et j'ai mis fin aux observations.

La reproduction des nombres relatifs à toutes ces séries de mesures n'offrirait pas d'intérêt, puisque le résultat est toujours négatif; la différence des moyennes de midi et de minuit n'atteint jamais $\frac{1}{2}$ division du tambour.

Conclusion.

On peut conclure de ces observations que le mouvement de translation de la Terre est sans influence sur la réfraction apparente de la lumière qui provient d'une source terrestre.

Il en résulte aussi que l'expérience d'Arago ne saurait être exacte en toute rigueur, et que l'observation des étoiles fixes doit donner lieu à un changement de réfraction correspondant au déplacement de la Terre, comme on l'a calculé précédemment.

Il faut donc revenir sur le calcul de Fresnel et expliquer la contradiction qui reste encore, puisque ce calcul semble justifier la conclusion d'Arago; j'avoue que j'ai été longtemps embarrassé pour trouver l'interprétation qu'il me paraît nécessaire de donner à la formule de Fresnel. Dans l'expression

$$U + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

qui représente la vitesse de propagation de la lumière dans un milieu pondérable au mouvement, le terme correctif $u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ paraît exact, et quand même on le modifierait encore par un facteur différant de l'unité de l'ordre de l'aberration, cela ne produirait aucun effet appréciable. C'est sur le terme principal U qu'il faut porter son attention : ce terme n'est pas la vitesse avec laquelle se propagerait la lumière dans le milieu en repos. Si l'on arrêtait ainsi le milieu sans toucher à la source de lumière, la distance des ondes incidentes ne serait pas modifiée, mais la période de vibration en un point du milieu, sur la surface réfringente en particulier, serait modifiée.

C'est la période de vibration du milieu réfringent qui me paraît dominer le phénomène. Je crois donc qu'il faut considérer le terme U comme représentant la vitesse avec laquelle se propagerait dans le milieu considéré, à l'état de repos, la lumière provenant d'une source fixe dont la période de vibration serait identique à celle que possède le milieu dans l'expérience qu'on envisage.

Plus simplement encore, le terme U est une fonction, non pas de la période absolue de vibration de la source, ni de la distance des ondes qu'elle émet, mais de la période de vibration d'un point du milieu réfringent.

Je laisse aux mathématiciens le soin de justifier ou de combattre cette interprétation; je montrerai seulement qu'elle suffit pour rendre compte de tous les phénomènes.

On voit, en effet, que l'explication de Fresnel ne s'applique pas à l'expérience d'Arago, mais à la nôtre. Quand le prisme et la source sont animés du même mouvement, la période de vibration sur les deux corps est la même, dans quelque direction que se fasse la propagation; le terme U est donc le même dans tous les cas. Il y aurait peut-être lieu de voir ensuite si l'indice de réfraction n, qui entre dans le second terme $u\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$, doit correspondre à la période apparente de vibration ou à la longueur d'onde absolue; mais cela n'a aucune importance pratique, il n'y a pas à s'en préoccuper.

La démonstration de Fresnel reste donc intacte; seulement elle s'applique aux expériences faites avec des sources de lumière artificielles, et non pas aux observations d'Arago.

Pour que cette conclusion fût à l'abri de toute critique, il faudrait maintenant reprendre l'expérience d'Arago et mettre en évidence le changement de réfraction qu'elle comporte. Les circonstances ne m'ont pas permis encore de faire cette tentative, qui présente les plus grandes difficultés. Un changement de réfraction qui correspond au dixième de la distance des deux raies D est déjà presque à la limite de la précision qu'on peut atteindre par l'emploi des procédés spectroscopiques ordinaires avec les sources de lumière terrestres : la nécessité d'employer la lumière d'une étoile est loin de simplifier le problème.

XI. — *Anneaux de réflexion.*

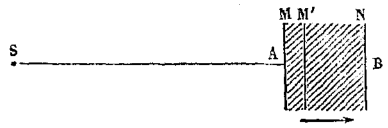
Pour épuiser toutes les ressources que peut offrir l'emploi des lumières artificielles, j'ai voulu essayer encore d'autres phénomènes d'optique, malgré la prévision presque certaine d'un insuccès; ce sont les interférences correspondant aux anneaux de réflexion et de transmission de Newton et aux anneaux des lames mixtes de Young.

Considérons une source terrestre S (*fig.* 16) de période T (qui donnerait à l'état de repos des ondes dont la distance serait $\lambda = VT$) et supposons-la assez éloignée pour qu'elle envoie sur une plaque réfringente MN un faisceau de rayons sensiblement parallèles.

Admettons d'abord que la Terre marche dans le sens des rayons incidents.

Une onde tombant sur la face d'entrée AM donne une onde réfléchie et une onde réfractée. Celle-ci traverse la plaque, va se réfléchir

Fig. 16.



en partie sur la deuxième surface BN, revient ensuite à la première qu'elle traverse; puis, selon le retard qu'elle a subi, elle interfère plus ou moins complétement avec celle qui a éprouvé la première réflexion. Il faut évaluer ce retard.

Quand l'onde va de A en B, sa vitesse de propagation est

$$U' = U + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

La vitesse de cette onde relative au milieu réfringent est

$$U' - u, \quad \text{c'est-à-dire} \quad U - \frac{u}{n^2}.$$

De même, au retour, la vitesse absolue de propagation des ondes est

$$U'' = U - u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

et la vitesse relative au milieu

$$U + \frac{u}{n^2}.$$

Si l'on appelle e l'épaisseur de cette lame, le temps θ que mettra la lumière à la traverser deux fois est donc

$$\theta = \frac{e}{U - \frac{u}{n^2}} + \frac{e}{U + \frac{u}{n^2}} = \frac{2eU}{U^2 - \frac{u^2}{n^2}}.$$

Comme on peut négliger le rapport $\left(\frac{u}{U}\right)^2$, il reste simplement

$$\theta = \frac{2e}{U} = \frac{2ne}{V},$$

l'indice de réfraction n et la vitesse U correspondant, comme nous l'avons dit, à la période de vibration T du milieu, laquelle est la même que celle de la source.

Lorsque l'onde réfléchie est revenue à la surface d'entrée, celle-ci n'est plus en M, mais en M'; elle a parcouru un espace

$$MM' = u\theta.$$

L'onde dont il s'agit mettra encore le temps $\frac{u\theta}{V} = a\theta$ pour revenir au point A où la première onde s'était réfléchie. Le retard de ces deux ondes est donc

$$\theta + a\theta = \theta(1+a) = \frac{2ne}{V}(1+a).$$

Les rayons réfléchis cheminent en sens contraire du mouvement de la Terre; la longueur d'onde, comme nous l'avons dit, est

$$\lambda' = \lambda(1+a).$$

L'interférence des deux ondes produira une frange d'ordre m donné par l'équation

$$m\lambda' = V\theta(1+a) \quad (^1),$$

ou

$$m\lambda = V\theta = 2ne.$$

C'est exactement la même équation que si la source et la lame réfléchissante eussent été immobiles.

On peut répéter le même raisonnement en supposant que la lumière incidente marche en sens contraire du mouvement de la Terre, et l'on arrivera évidemment au même résultat.

Ainsi l'ordre des franges d'interférence et par conséquent les points où on les observe dans les expériences d'anneaux de réflexion sont absolument indépendants du mouvement de la Terre.

Ces calculs me paraissent s'appliquer à l'expérience de M. Babinet (2), bien que les détails de cette expérience n'aient pas été rapportés d'une

---

(1) Je ne tiens pas ici compte de la perte d'une demi-longueur d'onde qui peut résulter de la différence de nature des deux réflexions.

(2) *Voir* première Partie, p. 161.

manière assez explicite pour qu'il soit possible de la discuter avec précision.

Comme la position des franges ne dépend que de la période de vibration de la lame réfringente, on voit qu'avec une source mobile et une lame fixe, ou bien avec une source fixe et une lame mobile, on pourrait observer un déplacement des franges; mais l'expérience ne paraît pas facile à réaliser.

On peut même aller plus loin et montrer, sans qu'il soit nécessaire de recourir à la formule de Fresnel, qu'avec une source terrestre il ne peut pas y avoir de déplacement des franges. Cette remarque fera comprendre pourquoi des calculs basés sur un point de départ inexact peuvent aussi conduire à un résultat nul.

En effet, quand la lumière chemine comme nous l'avons supposé, l'onde qui pénètre dans la lame met à la traverser deux fois un temps θ qu'il n'est pas nécessaire de préciser et, pour revenir au point A, elle mettra encore un temps $a\theta$. Le retard des deux ondes est donc

$$\theta(1+a),$$

et l'ordre m de la frange obtenue est donné par l'équation

$$m\lambda(1+a) = V\theta(1+a) \quad \text{ou} \quad m\lambda = V\theta.$$

Si la lumière chemine en sens contraire, l'onde qui traverse la lame deux fois met encore le temps θ, puisque rien ne distingue ce phénomène du premier; seulement, le retard absolu des deux ondes interférentes sera

$$\theta - a\theta = \theta(1-a).$$

Comme la longueur d'onde des rayons réfléchis est $\lambda(1-a)$, l'ordre m' de la frange obtenue sera encore donné par l'équation

$$m'\lambda(1-a) = V\theta(1-a),$$

ou bien

$$m'\lambda = V\theta, \quad m' = m.$$

Bien que le calcul ne fît rien prévoir, j'ai cru néanmoins devoir essayer l'expérience, parce qu'elle est susceptible d'une extrême précision. On peut, comme l'a montré M. Fizeau, obtenir des anneaux de réflexion correspondant à une différence de marche de plus de 50 000 longueurs d'onde, et si le phénomène éprouvait une altération d'un cent-millième de sa valeur, il serait facile de s'en apercevoir.

Je n'ai pas à indiquer ici les méthodes qu'emploie M. Fizeau (1) pour observer les anneaux d'interférence qui correspondent à des différences de marche considérables. Je rappellerai seulement que, à l'aide d'un petit prisme à réflexion totale placé très-près du foyer principal d'une lentille, on fait réfléchir sur cette lentille un faisceau divergent de rayons qui proviennent d'une flamme d'alcool salé. Ces rayons sont rendus parallèles par la lentille; ils tombent ensuite sur la lame réfringente, s'y réfléchissent sur les deux faces, retournent à la lentille et vont converger ensuite en un point très-voisin du prisme. En plaçant l'œil en ce point, la surface de la lame est totalement illuminée, et si les faces sont sensiblement parallèles, on y voit une série de franges plus ou moins régulières, alternativement obscures et brillantes, dont chacune passe par tous les points où l'épaisseur est la même.

Cette méthode présente quelques difficultés qui tiennent à la nature de la source d'une part, et d'autre part au procédé d'observation.

Il arrive souvent, quand on emploie la lumière d'une flamme d'alcool salé, que des lames d'ailleurs parfaitement travaillées donnent lieu à des franges très-confuses, difficiles à distinguer et quelquefois complétement invisibles. Cela tient, comme l'a montré M. Fizeau, à ce que la lumière jaune de la soude renferme, en réalité, deux sortes de vibrations dont les longueurs d'onde ne diffèrent que de 1 millième environ. Chacune de ces sources donne lieu à un système de franges particulier qui peuvent se superposer exactement, ou alterner exactement, ou empiéter d'une manière plus ou moins complète. Dans le premier cas, les franges résultantes seront très-distinctes; dans le deuxième, elles disparaîtront dans un éclairement uniforme; dans le troisième, elles seront plus ou moins confuses. Comme les épaisseurs des lames sur lesquelles on opère s'obtiennent un peu au hasard, on ignore le cas que l'on va rencontrer, et il y a peu de chances pour qu'on tombe sur le plus avantageux.

En second lieu, quand l'épaisseur de la lame réfringente est assez grande pour donner une différence de marche considérable, le moindre

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXVI, p. 429.

changement d'inclinaison produit une altération sensible de la différence de marche et fait déplacer les franges. Ces franges, en effet, vues à l'œil nu, paraissent très-mobiles, et il serait difficile d'apprécier avec sécurité un déplacement très-faible dû à une cause analogue au mouvement de la Terre. L'emploi d'une lunette ne fait pas disparaître cet inconvénient en totalité, parce que les franges ne se produisent pas sur un point de l'espace bien défini ; elles ne sont ni sur la première ni sur la deuxième surface de la lame, et la mise au point laisse quelque incertitude.

Choix de la source de lumière. — J'ai cherché d'abord à améliorer la source.

La flamme rouge que l'on obtient avec les sels de *lithine* n'est pas assez homogène quand elle a beaucoup d'éclat, ni assez éclatante quand elle est homogène; les sels de lithine s'évaporent très-vite, de sorte que cette lumière n'est pas commode à produire d'une manière continue.

Une étincelle entre deux fils de thallium donne une lumière très-homogène à condition que l'étincelle soit très-faible. Comme la source de lumière est alors réduite à un point, le réglage de l'expérience est un peu plus délicat; mais après quelques essais on y parvient assez rapidement. Avec cette source de lumière et une lame de verre de $14^{mm},5$ d'épaisseur, j'ai obtenu de très-belles franges par le procédé optique qui sera décrit plus loin. Ces franges correspondaient à une différence de marche de 80 000 longueurs d'onde du thallium. L'emploi du phosphate de thallium, dans un brûleur à gaz, m'a donné d'aussi bons résultats et d'une manière plus commode, parce que la source avait alors de plus grandes dimensions. Mais, dans les deux cas, par l'étincelle ou par la lampe à gaz, on ne peut obtenir de belles franges que si la lumière est très-faible. Pour peu qu'on augmente l'éclat, soit en mettant plus de phosphate, soit en rendant l'étincelle plus brillante, les franges disparaissent.

J'ai essayé alors si l'on ne réussirait pas mieux avec la lumière de la soude, dont la production est plus facile, en éliminant l'une des deux longueurs d'onde qui se produisent simultanément.

On peut d'abord avec un spectroscope ordinaire produire les deux raies brillantes de la soude, éliminer l'une d'elles par un écran et utiliser l'autre.

Dans cette expérience, et dans toutes celles où l'on utiliserait les phénomènes d'interférence ordinaire, la nécessité d'employer une fente étroite fait perdre beaucoup de lumière; on obtient un résultat plus satisfaisant en profitant de la double réfraction pour éteindre l'une des sources. Voici la disposition de l'expérience :

Une flamme jaune est placée au foyer principal d'une lentille qui rend les rayons parallèles. Le faisceau lumineux traverse ensuite un prisme de Nicol qui les polarise, puis une lame de quartz parallèle à l'axe et dont la section principale fait un angle de 45 degrés avec le plan primitif de polarisation, et enfin un deuxième Nicol dont la section principale est parallèle ou perpendiculaire à celle du premier et pour éteindre ceux des rayons qui au sortir du quartz sont polarisés dans un certain plan. En choisissant convenablement l'épaisseur de la lame cristalline, on pourra faire en sorte que les rayons des deux longueurs d'onde qui existent dans la lumière jaune soient, à la sortie du quartz, polarisés dans deux plans rectangulaires et éteindre l'un des systèmes par l'analyseur. Le calcul de cette épaisseur est très-simple.

Désignons par n_o et n_e les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire du quartz pour la longueur d'onde la plus grande λ ; n'_o et n'_e les indices relatifs à la longueur d'onde λ'; E l'épaisseur de la lame, et supposons que la différence de marche soit $2m\frac{\lambda}{2}$ pour le premier et $(2m+1)\frac{\lambda'}{2}$ pour le second; on aura

$$2m\frac{\lambda}{2} = (n_e - n_o)\,\mathrm{E},$$

$$(2m+1)\frac{\lambda'}{2} = (n'_e - n'_o)\,\mathrm{E}.$$

On en déduit

$$\frac{2m+1}{2m} = \frac{\lambda}{\lambda'}\,\frac{n'_e - n'_o}{n_e - n_o},$$

ou sensiblement

$$\frac{2m+1}{2m} = \frac{\lambda}{\lambda'}, \quad \frac{1}{2m} = \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'} = \frac{1}{983}.$$

L'épaisseur qui convient est alors

$$E = \frac{983}{2} \frac{\lambda}{n_e - n_o}.$$

On trouve pour le quartz

$$E = 31^{mm},60.$$

Un calcul analogue pour le spath d'Islande donnerait

$$E = 1^{mm},682.$$

Avec une lame de cette épaisseur les rayons de longueur d'onde λ resteront, à la sortie du cristal, polarisés dans le plan primitif; le plan de polarisation des autres aura tourné de 90 degrés. Il suffira donc de croiser les deux Nicols pour faire disparaître en totalité ces derniers.

En réalité, on n'obtient pas rigoureusement l'épaisseur qui convient, mais cela n'est pas nécessaire. On remplace la lumière jaune par une lumière blanche sur laquelle on maintient les deux raies D, et l'on examine la lumière émergente avec un spectroscope. Le spectre est alors sillonné de bandes d'extinction; on fait tourner un peu la lame cristalline pour augmenter ou diminuer la différence de marche, et l'on amène une des bandes noires sur l'une des deux raies D. L'appareil est alors réglé, et en l'éclairant avec la lumière de la soude il ne laissera passer que des rayons d'une seule longueur d'onde.

Pour que l'expérience réussisse bien, il faut que la différence de marche soit sensiblement la même en tous les points de la lame cristalline. L'emploi du spath d'Islande ne convient pas, parce que l'épaisseur est trop faible et que les moindres défauts des surfaces ont une influence notable; on n'arrive pas alors à éteindre complétement l'une des deux raies brillantes. Le quartz, au contraire, donne des résultats excellents.

La perte de lumière est assez faible. En effet, le premier Nicol enlève la moitié de la lumière incidente et le second la moitié du reste. L'éclat de la lumière émergente est donc le quart de celui de la source et la moitié de celui qui correspond à la longueur d'onde utilisée.

Avec cette disposition, on obtient des franges sur toutes les lames, d'épaisseur inférieure à 10 millimètres, qui n'en donnaient pas précédemment avec la lumière de la soude seule, à cause de l'empiétement plus ou moins complet des deux systèmes simultanés, et les franges obscures sont parfaitement noires.

En produisant les franges à l'aide d'une lame d'air dont on fera l'épaisseur d'une manière continue, on ne doit pas observer ces alternatives de disparition et de réapparition de franges qui ont été signalées par M. Fizeau. En effet, j'ai réalisé l'expérience avec deux lames de verre dont l'une était fixe et l'autre portée par le chariot d'une machine à diviser. En faisant marcher la lame mobile de manière à augmenter progressivement l'épaisseur de la lame d'air, le champ restait couvert sans interruption de franges qui couraient toujours dans le même sens jusqu'à ce que l'intervalle des lames fût d'environ 15 millimètres, ce qui correspond à une différence de marche de 50 000 longueurs d'onde. Les franges sont alors moins nettes, plus agitées, ce qui peut tenir en partie aux défauts d'homogénéité des différents points de la couche d'air. Je n'ai pas réussi d'ailleurs à pousser l'expérience plus loin.

J'ai été surpris de constater que l'emploi de l'appareil à extinction de l'une des raies D ne permet guère d'observer plus facilement les franges qui correspondent à une différence de marche considérable, celles que donnent des lames de verre de 12 à 15 millimètres d'épaisseur, par exemple. Ce qui explique cette circonstance, c'est que pour la flamme de la soude rendue homogène, comme pour la lumière du thallium, les franges s'évanouissent aussitôt qu'on augmente l'éclat de la source.

Les causes principales qui limitent le nombre des franges que l'on peut observer sont donc les suivantes :

1° En un point déterminé de la source il se produit des changements physiques qui altèrent de temps en temps la phase de vibration, de sorte que les rayons interférents n'ont plus la même origine. Cette cause d'altération agit beaucoup moins vite que ne le pensait Fresnel, et rien n'indique qu'elle ait de l'influence dans les phénomènes que nous pouvons observer.

2° Les milieux dans lesquels se produit la différence de marche ne sont jamais absolument homogènes.

3° Une source de lumière homogène n'émet, quand elle a peu d'intensité, que des rayons d'une longueur d'onde bien définie; mais, à mesure que l'éclat augmente pour une cause quelconque, elle émet en même temps des rayons dont les longueurs d'onde sont voisines en plus et en moins. Ces vibrations nouvelles donnent des systèmes de franges un peu différents qui finissent par envahir le champ et produire un éclairement uniforme. On s'en assure, du reste, en observant une telle source avec un spectroscope; on aperçoit d'abord une raie très-fine, comme la fente, et, à mesure qu'on augmente l'intensité de la source, cette raie devient baveuse en s'élargissant des deux côtés; les instruments d'acoustique présenteraient d'ailleurs des propriétés tout à fait analogues. Cette dernière cause est celle qui paraît avoir la plus grande influence.

Mode d'observation des franges. — Je n'ai pas tiré grand profit, comme on le voit, des modifications apportées à la source de lumière; mais je crois avoir été plus heureux pour le mode d'observation, en produisant les franges dans un plan bien défini, au lieu d'examiner celles qui se forment dans l'intérieur de la lame elle-même, en des points qu'il est difficile de préciser.

Supposons d'abord que les faces de la lame soient rigoureusement planes et parallèles; éclairons-la par une source assez large pour donner des rayons de toutes les directions, et considérons à part chacun des faisceaux de rayons parallèles.

Le faisceau normal à la lame se réfléchit normalement, et les deux systèmes de rayons qui le constituent ont une différence de marche exprimée par la formule

$$\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}.$$

En recevant ce faisceau sur une lentille convergente, on obtiendra au foyer principal un certain phénomène, une interférence complète par exemple.

Un faisceau qui fait avec la normale à la lame un angle i correspondant à un angle de réfraction r éprouve une différence de marche

$$\Delta' = 2ne\cos r + \frac{\lambda}{2}.$$

Ces rayons, une fois réfléchis sur la lame puis réfractés dans la lentille convergente, iront former dans le plan focal principal un autre phénomène, par exemple un maximum de lumière.

En menant par le centre optique de la lentille une série de droites faisant le même angle i avec la normale à la lame réfléchissante, on formera un cône dont les génératrices seront parallèles aux différents faisceaux qui se réfléchissent sous le même angle et ont la même différence de marche. Ce cône déterminera sur le plan focal un cercle dont tous les points seront également éclairés. Il se produira donc dans le plan focal principal de la lentille une série d'anneaux circulaires, alternativement brillants et obscurs, absolument fixes et indépendants de la position de l'œil; les pointés comporteront alors plus de rigueur. Si l'on se borne aux rayons peu écartés de la normale, on pourra représenter la loi des premiers anneaux par la formule suivante :

$$\rho^2 = f^2 (m_0 - m) \frac{n}{2} \frac{\lambda}{e} \quad (^1),$$

dans laquelle ρ est le rayon d'un anneau, f la longueur focale de la lentille, m_0 l'ordre de la frange centrale et m l'ordre de l'anneau considéré.

On peut observer ces anneaux à l'œil nu, en plaçant la flamme entre l'œil et la lame, comme l'a remarqué d'abord Haidinger avec une lame de mica, ou mieux en faisant réfléchir la lumière incidente sur la lame à l'aide d'une lame transparente. Cette dernière disposition permet de voir aisément le centre des anneaux, lequel est situé sur la normale et ne pourrait se voir qu'à travers la flamme elle-même dans la disposition précédente.

Dans les deux cas, il faut accommoder l'œil pour voir à l'infini, et l'on aperçoit de beaux anneaux circulaires. Pour fixer la position de ces anneaux, il suffit de remplacer l'œil par une lunette astronomique à réticule. Les anneaux se dessinent alors au foyer principal de l'instrument, et on les pointe avec toute l'exactitude désirable à l'aide d'un réticule.

Nous avons supposé que les deux faces de la lame étaient rigoureusement planes. Lorsque cette condition ne sera pas suffisamment remplie, le faisceau réfléchi parallèlement à une direction déterminée

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, p. 128.

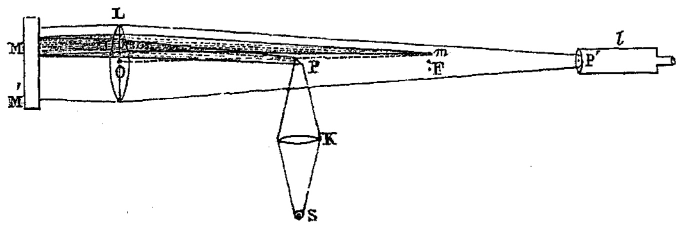
et provenant des différents points de la surface ne sera pas formé de systèmes de rayons ayant tous la même différence de marche; l'intensité ne sera jamais nulle au point de concours dans le plan focal et les interférences régulières disparaîtront. Comme il n'y a pas lieu d'espérer de lames parfaites, on élude la difficulté en posant entre la lame et la lentille qui forme l'objectif de la lunette un diaphragme de grandeur convenable. Le diaphragme remplit le même rôle que ceux que l'on emploie dans certains objectifs de photographie.

Le phénomène produit en un point m du plan focal de l'objectif L (*fig.* 17) provient des rayons qui se sont réfléchis sur une portion M de la lame ayant la même étendue que l'ouverture du diaphragme. Si la lame M est assez bien travaillée pour que les systèmes de rayons qui constituent ce faisceau aient sensiblement la même différence de marche, on obtiendra en m une interférence régulière. Si cette condition n'est pas remplie, on réduira davantage l'ouverture du diaphragme, jusqu'à ce que les franges soient bien nettes. Ces franges ne sont plus circulaires, bien entendu : ce sont les anneaux déformés en chaque point m d'une quantité proportionnelle à la variation d'épaisseur de la lame au point correspondant M. L'étude de la lame pourrait donc être faite par la mesure de ces déformations.

J'ai employé de préférence une autre disposition équivalente en théorie, mais qui a l'avantage de ménager toute la lumière incidente.

Les rayons lumineux partis de la source S tombent sur une lentille

Fig. 17.



K qui forme au point P une image de la source. En ce point est un prisme à réflexion totale situé entre la lentille convergente L et son foyer principal F. Les rayons réfléchis par ce prisme tombent sur la lentille L, puis sur la lame MM', reviennent à la lentille et vont converger en P′ au delà du foyer principal. Là se trouve l'objectif d'une petite lunette à réticule l, qui vise au plan focal principal F. On distingue ainsi à l'aide de cette lunette les franges qui se produisent dans le plan focal principal.

On voit aisément que le prisme réflecteur P, qui est en réalité beaucoup plus petit que ne l'indique la figure, fait fonction de diaphragme. En effet, les rayons qui reviennent de la lame MM′ dans la direction Om proviennent de rayons incidents qui sont partis du prisme P dans une direction telle que PI, et qui ne couvrent sur la lame MM′ qu'une étendue à peu près égale à celle du prisme lui-même. Ces rayons, ne provenant ainsi que d'une région très-petite M, produiront au point m, dans le plan focal, un phénomène régulier d'interférence correspondant à l'épaisseur de la lame au point M et à l'inclinaison du faisceau. On améliore encore le phénomène en diaphragmant un peu l'objectif de la lunette d'observation en P′; c'est comme si l'on réduisait les dimensions du prisme à réflexion.

Par ce moyen, on obtient de très-belles franges bien nettes et absolument fixes avec toutes les lames épaisses qui ne donnaient, par les procédés ordinaires, que des franges vagues et agitées.

Le mode d'observation étant bien déterminé, j'ai essayé si le mouvement de la Terre aurait une influence appréciable. Un appareil analogue à celui que je viens de décrire était installé sur la table mobile autour d'un axe vertical, et, après avoir pointé une frange, on dirigeait l'appareil de façon que la lumière incidente marchât alternativement dans le sens ou en sens contraire du mouvement de la Terre. Le résultat a été constamment négatif, comme on s'y attendait.

Voici, par exemple, une observation faite le 24 décembre 1871, à 11^h30^m du matin.

La lame était en flint et avait 10 millimètres d'épaisseur, ce qui donnait une différence de marche de plus de 50 000 longueurs d'onde. On a examiné avec attention la position des franges par rapport au réticule de la lunette, en dirigeant alternativement l'appareil vers l'est et vers l'ouest, et l'on a pu s'assurer que, s'il y avait un déplacement, il était certainement inférieur au dixième de la distance de deux franges brillantes, c'est-à-dire qu'il n'était pas la cinq cent millième partie de la différence totale.

XI. — *Anneaux de transmission.*

Les anneaux de transmission sont moins faciles à observer parce qu'ils se produisent sur un fond éclairé, les minima n'étant que de petits affaiblissements de lumière par rapport à l'éclairement général.

D'ailleurs, puisque le phénomène est exactement complémentaire de celui des anneaux de réflexion, et que ces derniers ne sont pas influencés par le mouvement de la Terre, il est certain que la position des anneaux de transmission ne sera pas non plus modifiée.

Sans répéter les calculs, il est facile de voir qu'en théorie les phénomènes sont identiques.

En effet, pour produire les anneaux de réflexion, les deux ondes entre lesquelles s'établit une différence de marche se séparent sur la première face de la lame. L'une des ondes se réfléchit immédiatement; l'autre traverse la lame deux fois pendant que cette lame se déplace en vertu du mouvement de la Terre, dans le sens des rayons incidents par exemple.

Au contraire, si l'on observe les anneaux de transmission, on n'a qu'à supposer la source de l'autre côté. La lumière incidente traverse d'abord la lame jusqu'à la face de sortie. Ici l'onde se partage en deux dont l'une suit son chemin, l'autre retourne à la face d'entrée pour s'y réfléchir encore. Ces deux derniers passages à travers la lame sont absolument identiques à ceux que nous avons considérés dans le cas des anneaux de réflexion et la différence de marche géométrique sera exactement la même.

Je n'ai d'ailleurs fait aucune expérience à grande différence de marche avec les anneaux de transmission, parce que l'observation en serait très-difficile.

XII. — *Anneaux des lames mixtes.*

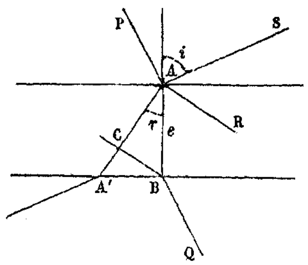
On peut appeler *anneaux de réfraction* (¹) ou anneaux des *lames mixtes* (pour rappeler une ancienne observation d'Young) les phéno-

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XXIII, p. 118.

mènes que l'on obtient par l'interférence de deux faisceaux de lumière qui ont parcouru le même chemin géométrique, l'un dans l'air, l'autre dans un milieu réfringent, ou bien encore qui ont traversé deux milieux différents d'épaisseurs égales et inégalement réfringents.

Pour calculer ces phénomènes, évaluons d'abord le temps que mettra une onde incidente AP (*fig.* 18) pour aller du point A de la face d'en-

Fig. 18.



trée au point B de la face de sortie, situé sur la même normale. Ce temps est celui que mettra l'onde réfractée AR pour aller aussi du point A au point B, ou bien celui que met le rayon réfracté AA' pour aller du point A au point C. Ce temps est

$$\theta = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{U}} = \frac{e \cos r}{\mathrm{U}} = \frac{ne \cos r}{\mathrm{V}},$$

les lettres ayant les mêmes significations que précédemment.

Le chemin que la lumière aurait parcouru dans le vide pendant le même temps θ est

$$\mathrm{V}\theta = ne \cos r.$$

Le chemin équivalant au temps nécessaire pour traverser de la même manière et sous la même incidence un autre milieu d'égale épaisseur et d'indice de réfraction n' sera de même

$$n' e \cos r',$$

de sorte que la différence de marche de deux rayons qui auront traversé deux milieux différents dans ces conditions sera

$$\Delta_1 = e\,(n \cos r - n' \cos r').$$

En particulier, si l'un des milieux est simplement le vide ou l'air, il suffira de remplacer n' par 1, l'angle r' deviendra égal à i, et la différence de marche sera

$$\Delta_2 = e\,(n \cos r - \cos i).$$

Enfin, si les lames sont normales au faisceau incident, ces différences de marche deviennent

$$\Delta_1 = e\,(n - n'),$$
$$\Delta_2 = e\,(n - 1).$$

Pour faire interférer deux pareils faisceaux de lumière, on peut employer plusieurs moyens; j'en vais indiquer quelques-uns.

Avec une source de lumière homogène, on peut prendre un collimateur à fente et une lunette astronomique, entre lesquels on place une lame réfringente de manière à intercepter l'une des moitiés du faisceau de rayons parallèles qui vont du collimateur à la lunette.

On obtient ainsi au foyer principal de la lunette un système de franges qui provient de l'interférence des deux moitiés du faisceau lumineux. Ces franges correspondent au phénomène de diffraction produit par une fente étroite; elles sont d'autant plus larges que le faisceau de lumière utilisée est plus étroit.

Si la source de lumière n'est pas homogène, les différents points du plan focal de la lunette sont en même temps le siége de franges obscures ou brillantes, provenant de différents faisceaux homogènes émis par la source, et, si la lame M n'est pas très-mince, on observe un éclairement homogène. Pour distinguer les franges, il suffit d'employer la méthode générale de MM. Fizeau et Foucault et d'analyser par un spectroscope à fente le phénomène qui se produit en chaque point du champ : on obtient alors un spectre cannelé.

On peut simplifier l'appareil en utilisant le phénomène des *bandes de Talbot* (¹). Il suffit pour cela de placer la lame réfringente sur l'une des moitiés du faisceau lumineux dans un spectroscope ordinaire, en ayant soin toutefois que la portion du faisceau sur laquelle on établit ainsi un retard soit celle qui traverse les prismes réfringents dans le voisinage de l'arête, c'est-à-dire du côté opposé à celui vers lequel s'ef-

---

(¹) Voir *Journal de Physique*, t. I, p. 182.

fectue la dispersion. On obtient ainsi dans le spectre les mêmes cannelures que précédemment, mais avec plus de lumière, parce qu'on n'a besoin alors que d'une fente.

Quel que soit le moyen employé pour produire des bandes dans le spectre, on ne peut pas atteindre ainsi une différence de marche assez grande pour la question qui nous occupe. En effet, il serait difficile d'apercevoir dans un spectre 5000 bandes d'interférence, et même si l'on y parvenait la différence de marche serait alors d'environ 5000 longueurs d'onde pour le rouge extrême et 10 000 longueurs d'onde pour l'extrême violet. Avec un réseau de franges aussi serrées il ne serait pas possible d'apercevoir un petit déplacement.

Le moyen qui réussit le mieux pour obtenir les anneaux des lames mixtes, avec de grandes différences de marche, est le réfractomètre interférentiel de M. Jamin.

Lorsque les lames de cet appareil sont exactement parallèles [1] et qu'on reçoit la lumière émergente sur une lunette, on obtient, au foyer principal de cette lunette, des franges d'autant plus larges que les verres sont plus homogènes. En interposant alors une lame réfringente sur le trajet de l'un des deux faisceaux interférents, on obtient au foyer principal de la lunette d'observation, si la source de lumière est homogène, une série d'anneaux circulaires. Le centre de ces anneaux correspond aux rayons qui ont traversé normalement la lame réfringente; chacun des anneaux circulaires est dû aux différents systèmes de rayons parallèles qui ont traversé cette lame sous une même incidence.

Les rayons des premiers anneaux sont représentés par la formule

$$\rho^2 = f^2 (m - m_0) \frac{n}{n-1} \frac{\lambda}{e} \quad [2],$$

lorsque la différence de marche est due à ce que l'un des rayons seulement a traversé un milieu réfringent.

Si les deux moitiés du faisceau avaient traversé deux milieux diffé-

---

[1] *Voir*, pour la théorie de l'appareil de M. Jamin, *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, p. 141.

[2] *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, p. 120.

rents, les rayons des premiers anneaux seraient donnés par l'équation

$$\rho^2 = f^2 (m - m_0) \frac{nn'}{n - n'} \frac{\lambda}{e}.$$

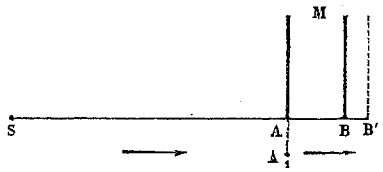
Le seul point sur lequel il y ait lieu d'insister est que les diamètres des anneaux sont d'autant plus grands que la longueur focale de la lunette est elle-même plus grande.

On peut remarquer encore que, la lame réfringente n'intervenant ici que par l'excès de l'indice de réfraction sur l'unité, le travail des surfaces n'a pas besoin d'être aussi parfait que lorsqu'il s'agit de produire des anneaux de réflexion ou de transmission; on verra, en effet, qu'il a été possible d'obtenir des anneaux réguliers avec des épaisseurs de verre de près de 30 millimètres.

Pour déterminer l'influence que peut avoir le mouvement de la Terre sur le phénomène, il suffit évidemment d'examiner si la frange centrale qui correspond aux rayons normaux peut être modifiée.

Supposons que l'on emploie une source mobile avec l'observateur, puisque c'est le seul cas pratique, et admettons que le mouvement de la Terre soit parallèle aux rayons incidents SA qui tombent sur la lame M (*fig.* 19).

Fig. 19.



La vitesse des ondes relative à la lame est, comme nous l'avons vu plus haut,

$$U - \frac{u}{n^2},$$

de sorte que le temps θ nécessaire pour qu'une onde traverse la lame est

$$\theta = \frac{e}{U - \frac{u}{n^2}} = \frac{e}{U\left(1 - \frac{u}{n^2 U}\right)}.$$

En négligeant des quantités de l'ordre du carré de l'aberration, on obtient

$$\theta = \frac{e}{U}\left(1 + \frac{u}{n^2 U}\right) = \frac{ne}{V}\left(1 + \frac{u}{nV}\right) = \frac{e}{V}(n + a).$$

Pendant ce temps θ, la deuxième face B de la lame est venue en B' et a parcouru un espace $BB' = u\theta$. L'onde considérée est en ce point B' et le chemin AB' qu'elle a parcouru est égal à

$$e + u\theta = e(1 + an),$$

en faisant abstraction de termes négligeables.

Le chemin parcouru pendant le même temps θ, par le rayon qui a marché dans l'air, est

$$V\theta = e(n + a).$$

La différence de marche Δ est donc

$$\Delta = e(n + a) - e(1 + an) = e(n - 1)(1 - a).$$

Comme la longueur d'onde de la lumière, en vertu du mouvement de translation, est devenue $\lambda(1 - a)$, l'ordre m de la frange obtenue sera donné par l'équation

$$e(n - 1)(1 - a) = m\lambda(1 - a),$$

ou bien

$$e(n - 1) = m\lambda.$$

C'est exactement l'équation qu'on aurait obtenue si l'on avait supposé la source et l'observateur immobiles.

On arrivera évidemment au même résultat en supposant dans le calcul que les rayons incidents se propagent en sens contraire du déplacement de la lame.

Il en résulte donc que ce nouveau genre de phénomènes doit aussi conduire à un système de franges absolument indépendant du mouvement de la Terre.

On voit aussi que le déplacement des franges ne serait pas nul si l'on pouvait opérer avec une source fixe; ce déplacement correspondrait alors au changement de période apparente de vibration.

De même encore on serait conduit à un déplacement de franges si le terme U qui entre dans la formule n'était pas indépendant du mouvement de la Terre, c'est-à-dire si l'on n'acceptait pas l'interprétation que nous avons donnée de la formule de Fresnel. Les deux expériences qui suivent donneront une idée de la précision que l'on peut atteindre.

Première expérience. — 24 mars 1870; $10^h 30^m$ du soir.

On s'est servi d'une lame de flint léger de $10^{mm},2$ d'épaisseur. Les franges sont très-belles, et l'on juge qu'il n'y a pas un déplacement d'un dixième de la distance de deux franges brillantes, lorsque l'appareil est dirigé alternativement vers l'est et vers l'ouest. La différence de marche étant d'environ 10000 longueurs d'onde, le déplacement, s'il existe, n'est donc pas la cent-millième partie de la différence de marche.

Deuxième expérience. — 29 mars 1870; $11^h 45^m$ du soir.

L'expérience a été recommencée avec une lame de crown de 28 millimètres d'épaisseur environ. Il n'y avait pas un déplacement d'un huitième de frange quand l'appareil était alternativement dirigé vers l'est ou vers l'ouest. La différence de marche des deux faisceaux étant d'environ 24000 longueurs d'onde, il n'y avait donc pas un déplacement correspondant à la cent quatre-vingt-douze-millième ou la deux cent-millième partie de la différence de marche.

Comme on le voit, c'est une quantité vingt fois plus faible que l'aberration.

XIII. — *Expérience de M. Hoek.*

M. Hoek[1] a publié récemment des expériences intéressantes par lesquelles il s'est proposé en particulier de déterminer le degré d'exactitude de la formule de Fresnel.

Le principe de ses expériences est le suivant :

Deux faisceaux lumineux A et B marchent parallèlement et l'un d'eux A traverse un milieu réfringent M. Ces faisceaux se réfractent

[1] *Archives néerlandaises*, t. III, p. 180 (1868), et t. IV, p. 443 (1869).

sur une lentille convergente, vont au foyer principal se réfléchir sur un miroir et reviennent ensuite en échangeant leurs chemins; au retour le faisceau A', issu du premier faisceau A, passe dans l'air, tandis que le second B', issu de B, traverse le milieu réfringent.

Si l'appareil est entièrement immobile, il est clair que les retards éprouvés par les deux faisceaux seront identiques à l'aller et au retour et que la différence de marche finale sera nulle.

Mais si le milieu réfringent est en mouvement, dans le sens, par exemple, des rayons incidents, le retard imprimé par ce milieu aux faisceaux qui le traversent pourra n'être pas le même, et l'un d'eux pourra acquérir une certaine avance. Au contraire, en changeant le sens du mouvement du milieu, l'avance se portera sur l'autre faisceau, et l'on pourra observer un certain déplacement ou une production de franges.

L'expérience ayant été négative, M. Hoek en conclut l'exactitude de la formule de Fresnel, mais sans avoir remarqué la différence qui existe entre cette expérience faite avec une source terrestre et l'expérience d'Arago où l'on employait la lumière des étoiles. Le calcul de l'expérience de M. Hoek peut, d'ailleurs, être présenté d'une manière très-simple.

Supposons que le milieu M, terminé par deux faces parallèles, marche avec la Terre dans le sens des rayons incidents; nous avons vu (p. 408) que le temps employé par une onde A à traverser cette lame est

$$\theta = \frac{e}{V}(n + a).$$

Pour parcourir le même chemin relatif dans l'air, une onde du faisceau B emploiera le temps

$$\theta' = \frac{e}{V}(1 + a).$$

Le retard τ de ces deux ondes est donc

$$\tau = \theta - \theta' = \frac{e}{V}(n - 1).$$

On voit que le retard imprimé par le milieu réfringent au faisceau qui l'a traversé est indépendant de l'aberration a et par conséquent du sens dans lequel a lieu le mouvement de la Terre. Au retour, le retard imprimé à l'autre faisceau sera le même, et si ces deux faisceaux A et B sont partis d'un même point en concordance, ils y reviendront sans différence de marche. Le mouvement de la Terre ne peut donc avoir aucune influence sur les phénomènes observés dans cette expérience.

Ce résultat, comme la plupart de ceux que j'ai indiqués déjà, n'est compatible qu'avec la formule de Fresnel. On peut le montrer aisément.

Supposons que la vitesse de propagation d'une onde dans un milieu qui est entraîné dans le même sens ait pour expression

$$U' = U + u - \alpha u,$$

α étant une quantité que l'on déterminera de manière à satisfaire à l'expérience, et qui dans tous les cas est égale à l'unité lorsque l'indice de réfraction est égal à 1.

La vitesse de l'onde A par rapport au milieu réfringent M sera égale à

$$U' - u, \quad \text{ou bien} \quad U - \alpha u;$$

le temps θ nécessaire pour traverser cette lame sera

$$\theta = \frac{e}{U - \alpha u} = \frac{e}{U}\left(1 + \frac{\alpha u}{U}\right) = \frac{ne}{V}\left(1 + \frac{n\alpha u}{V}\right),$$

ou

$$\theta = \frac{e}{V}(n + n^2 a \alpha).$$

L'autre faisceau B mettra pour parcourir le même chemin dans l'air le temps

$$\theta' = \frac{e}{V}(1 + a).$$

Le retard des deux ondes sera donc

$$\tau = \theta - \theta' = \frac{e}{V}(n - 1) + \frac{e}{V} a (n^2 \alpha - 1).$$

Au retour, c'est le faisceau B' qui sera modifié, et, comme il traverse le milieu M dans un sens opposé au transport de ce milieu, le retard des deux faisceaux sera

$$\tau_1 = \frac{e}{V}(n-1) - \frac{e}{V}a(n^2\alpha - 1).$$

En définitive, le retard résultant sera égal à la différence des deux retards τ et τ_1, c'est-à-dire

$$\frac{2e}{V}a(n^2\alpha - 1). \tag{1}$$

Si l'expérience indique que ce retard est absolument nul, il faudra en conclure nécessairement

$$n^2\alpha = 1, \quad \alpha = \frac{1}{n^2},$$

ou bien

$$U' = U + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

c'est-à-dire précisément la formule donnée par Fresnel.

M. Hoek considère aussi son expérience comme un moyen de vérifier avec quel degré d'approximation le terme de correction, qui entre dans la formule de Fresnel, représente le changement de vitesse des ondes dû au mouvement du milieu réfringent.

Si la vitesse de ce milieu s'ajoutait simplement à la vitesse de la lumière, on aurait

$$\alpha = 0,$$

ce qui donnerait pour retard entre les deux faisceaux, dans l'expérience de M. Hoek,

$$-\frac{2e}{V}a = -\frac{e}{V}\frac{1}{5000}.$$

Si la vitesse de propagation était indépendante du transport du milieu réfringent, α serait égal à 1; l'expression (1) donnerait alors un retard du sens contraire et égal à

$$\frac{2e}{V}a(n^2 - 1).$$

En prenant 1,5 pour l'indice de réfraction, on obtiendrait

$$\frac{2e}{V} a (2,25 - 1) = \frac{e}{V} a\, 2,50 = \frac{e}{V} \frac{1}{4000}.$$

On voit que dans le premier cas le retard de l'un des deux faisceaux serait la cinq-millième partie du temps que mettrait la lumière à parcourir dans l'air un chemin égal à l'épaisseur du milieu interposé, et que dans le second cas il en serait le quatre-millième, mais en sens contraire. Plus simplement la différence de marche serait le cinq-millième ou le quatre-millième de cette épaisseur.

Si cette épaisseur est de 100 millimètres comme dans l'expérience de M. Hoek, la différence de marche serait de 40 ou 50 longueurs d'onde. Comme il est certain, d'après M. Hoek, que le déplacement n'est pas d'une demi-longueur d'onde, il en résulte que la formule de Fresnel se trouve vérifiée à un centième près de sa valeur.

(Les calculs de M. Hoek ne sont pas présentés tout à fait de cette manière; mais, au lieu de discuter ses raisonnements, j'ai préféré leur donner une forme qui me paraît plus rigoureuse, le fond restant d'ailleurs le même.)

J'ai déjà indiqué la disposition (1) de l'une des expériences de M. Hoek.

Dans un autre appareil mieux combiné, la lumière partait d'une fente S placée au foyer principal d'un collimateur L, se réfléchissait en partie sur la première face d'un prisme P, traversait ensuite l'objectif L' et la fente S' d'un deuxième collimateur, puis les deux lunettes et le milieu réfringent comme dans la première expérience, et revenait ensuite, par le collimateur S'L', tomber de nouveau sur le prisme P. La lumière de retour était réfractée dans le prisme, et on l'observait avec une lunette.

Cette deuxième expérience n'a pas mieux réussi que la première; quelque direction que l'on donnât à l'appareil, on n'a jamais aperçu de minima dans le spectre. M. Hoek en conclut l'exactitude de la formule de Fresnel.

En toute rigueur, on pourrait dire que ces expériences ingénieuses

---

(1) Première Partie, p. 162.

de M. Hoek sont *doublement négatives*. Il n'est pas prouvé que, si le phénomène donnait lieu réellement à un retard entre les deux faisceaux, l'appareil ferait voir les bandes qui en résulteraient. En d'autres termes, on n'est pas certain que l'appareil soit suffisamment réglé pour montrer les bandes d'interférence qui pourront se produire.

Supposons, en effet, que pour une certaine couleur les deux faisceaux produisent sur la fente du spectroscope dans le premier appareil une interférence complète. Il y aura en ce point une bande obscure; mais, comme la lumière ne peut pas s'anéantir, cette bande sera bordée à droite et à gauche de deux bandes brillantes. Si l'intervalle de ces franges, qu'il faudrait déterminer, était plus petit que la largeur de la fente du spectroscope, on n'en serait pas prévenu et le spectre n'offrirait en aucun cas des cannelures brillantes et obscures. Il n'est même pas impossible que le choix de la direction des fentes n'ait été mal fait, que les franges produites par la lumière qui provient de l'un des points de la source ne soient perpendiculaires à la fente du spectroscope, auquel cas le spectre ne pourra déceler aucune interférence.

J'exagère sans doute les objections, mais on ne saurait être trop prudent pour tirer une conclusion d'une expérience négative. Je crois, par exemple, que l'expérience de M. Hoek serait singulièrement améliorée si l'on produisait artificiellement une différence de marche entre les deux faisceaux, en établissant une lame mince sur le trajet de l'un d'eux. On obtiendrait ainsi dans le spectre des bandes d'interférence, et il resterait à constater si ces bandes se déplacent ou sont immobiles.

Quoi qu'il en soit, j'ai essayé de répéter cette expérience de M. Hoek sous une autre forme; j'y étais d'autant plus intéressé qu'à l'époque où j'ai fait cette tentative je croyais encore à la nécessité de modifier le terme principal U de la formule de Fresnel suivant le sens du mouvement; dans cette hypothèse, l'expérience de M. Hoek devait donner un résultat positif allant jusqu'à une frange entière avec les lames dont je me servais.

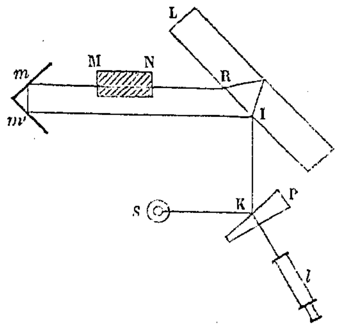
La disposition expérimentale que j'ai employée a été imaginée par M. Jamin [1]. A l'aide d'une plaque de verre épaisse L (*fig.* 20), ar-

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, p. 146.

gentée sur sa deuxième face, on partage un faisceau de lumière KI en deux autres Im' et Rm, dont l'un est réfléchi sur la première face et l'autre sur la seconde. Ces deux faisceaux, en se réfléchissant sur deux miroirs à angle droit m et m', échangent leurs routes, reviennent à la

Fig. 20.



plaque L et reprennent identiquement le chemin IK, si chacun d'eux éprouve au retour une réflexion différente de celle qu'il a subie à l'aller. Ces deux faisceaux ainsi superposés peuvent donner lieu à des phénomènes d'interférence.

Si les miroirs m et m' sont rigoureusement rectangulaires et si leur intersection est parallèle à la plaque L, la différence de marche est nulle pour les faisceaux de toutes directions, et l'on n'obtient pas de franges.

Si, les miroirs étant toujours rectangulaires, leur intersection fait un petit angle avec la plaque L, on apercevra, en examinant la lumière de retour, soit à l'œil nu accommodé pour la vision éloignée, soit avec une lunette pointée sur l'infini, un système de *franges rectilignes perpendiculaires à la projection de l'arête des deux miroirs sur le plan de la plaque* L. En particulier, si la plaque est verticale et les deux miroirs m et m' à peu près verticaux, les franges seront *horizontales*.

La figure indique suffisamment les autres parties de l'appareil : S est une source de lumière blanche, une lampe à gaz ou à pétrole ; P est un prisme à angle très-aigu pour éliminer la lumière réfléchie sur une des faces ; L est une des plaques épaisses de l'appareil interférentiel de M. Jamin ; MN le milieu interposé sur le trajet de l'un des faisceaux.

Quand la lumière revient, elle traverse en partie le prisme P, et l'on observe les franges avec une lunette astronomique l à réticule. Comme la distance des franges est en raison inverse de l'inclinaison de l'arête des miroirs, on peut, par le moyen d'une vis de rappel, modifier le phénomène à volonté, et donner aux franges la largeur que permettent les imperfections des surfaces.

Voici quelques-unes des expériences :

28 juillet 1871, minuit. — 16 août 1871, $11^h\,30^m$ matin.

La lame MN était formée de quatre glaces de Saint-Gobain collées ensemble depuis longtemps au baume de Canada, et dont l'épaisseur totale était de 32 millimètres.

L'appareil a été dirigé alternativement vers l'est et vers l'ouest sans donner lieu à aucun déplacement appréciable. On aurait aperçu facilement une différence de marche d'un dixième de longueur d'onde.

19 août 1871, 11 heures du matin.

On a pris cette fois pour milieu interposé un prisme de flint lourd dont les deux bases ont été travaillées avec soin. L'épaisseur ainsi traversée était $98^{mm},5$. Le phénomène d'interférence était très-pur et le résultat a été absolument négatif, c'est-à-dire qu'il n'y avait pas un déplacement d'un dixième de frange.

Il ne serait pas impossible de répéter l'expérience de M. Hoek avec la lumière d'une étoile, mais je crois que le résultat serait encore négatif. En effet, le retard de deux faisceaux, dont l'un a traversé le milieu, a pour expression

$$\frac{e}{V}(n-1),$$

l'indice n étant une fonction de la période apparente de vibration. On voit aisément que la période apparente de vibration serait exactement la même pour l'aller et pour le retour des rayons et que, par suite, la différence serait toujours nulle.

XIV. — *Retour sur la double réfraction rectiligne ou circulaire.*

J'ai montré dans la première partie de ce travail que le mouvement de la Terre n'a absolument aucune influence sur la double réfraction du spath d'Islande ni sur le pouvoir rotatoire du quartz, quand on opère, bien entendu, avec une source de lumière terrestre.

On peut conclure des observations que j'ai rapportées que le mouvement de la Terre ne modifie pas de un vingt-millième le pouvoir rotatoire du quartz, ni de un millionième la différence de marche qui s'établit entre les deux rayons ordinaire et extraordinaire du spath d'Islande. Il résulte de là quelques conséquences théoriques.

Supposons qu'une lame de spath parallèle à l'axe d'épaisseur e soit traversée par un faisceau de lumière marchant dans le sens du mouvement de la Terre, et désignons par n et n' les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire.

Nous ne pouvons pas appliquer directement les raisonnements de Fresnel à la propagation des ondes, parce que le milieu n'est pas isotrope et qu'il est difficile de préciser alors ce qu'il faut entendre par entraînement de l'éther; mais nous pouvons admettre que la vitesse de l'onde ordinaire sera représentée par l'expression

$$U' = U + u\left(1 - \frac{\alpha}{n^2}\right),$$

α étant une quantité indéterminée dont il faudra chercher la valeur.

Le temps θ que cette onde mettra à traverser la lame sera

$$\theta = \frac{e}{U' - u} = \frac{e}{U - \dfrac{u\alpha}{n^2}} = \frac{e}{U}\left(1 + \frac{u}{U}\frac{\alpha}{n^2}\right) = \frac{e}{V}(n + a\alpha).$$

Si l'on représente de même par

$$U'' = U + u\left(1 - \frac{\alpha}{n'^2}\right)$$

la vitesse de propagation de l'onde extraordinaire, on obtiendra, pour le temps θ' que mettra cette onde à traverser le cristal,

$$\theta' = \frac{e}{V}(n' + a\alpha').$$

La différence de ces temps, c'est-à-dire le retard de l'onde ordinaire sur l'onde extraordinaire sera

$$\tau = \theta - \theta' = \frac{e}{V}(n - n') + \frac{ea}{V}(\alpha - \alpha').$$

Le retard des deux ondes à la surface de sortie n'est pas nul; comme elles se propagent dans l'air avec la vitesse $V - u = V(1 - a)$, la différence de marche absolue est donc

$$V(1-a)\tau = (1-a)[e(n - n') + ea(\alpha - \alpha')].$$

Cette différence produira, si les deux faisceaux sont ramenés à l'interférence, une frange d'ordre m donné par l'équation suivante, dans laquelle on a représenté par $\lambda(1-a)$ la longueur d'onde réelle, à cause du sens dans lequel marche la source :

$$m\lambda(1 - a) = (1-a)[e(n - n') + ea(\alpha - \alpha')],$$

ou bien

$$m = (n - n')\frac{e}{\lambda} + \frac{e}{\lambda}a(\alpha - \alpha').$$

Si l'on répète l'expérience en faisant marcher la lumière incidente en sens contraire du mouvement de la Terre, l'ordre m' de la frange obtenue sera

$$m' = (n - n')\frac{e}{\lambda} - \frac{e}{\lambda}a(\alpha - \alpha'),$$

et, par suite, on devra observer un déplacement $m - m'$ donné par l'expression

$$m - m' = 2a\frac{e}{\lambda}(\alpha - \alpha').$$

Si l'on juge que l'expérience a démontré que ce déplacement est absolument nul, il faut en conclure $\alpha = \alpha'$.

On peut bien admettre aussi que le rayon ordinaire se comporte, pour toutes les expériences précédentes de réfraction simple, comme si le milieu était isotrope : il en résulterait alors $1 = \alpha = \alpha'$.

Cette conséquence permet de faire une remarque importante. L'excès de vitesse que le mouvement du milieu imprime au rayon ordinaire est

$$u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right);$$

l'excès de vitesse que reçoit une onde extraordinaire est

$$u\left(1-\frac{1}{n'^2}\right).$$

Ces deux accroissements n'étant pas les mêmes, et leur différence n'étant pas très-petite, il en résulte qu'on ne peut plus les expliquer par les idées de Fresnel. En effet, si la vitesse de propagation des ondes était augmentée par cette circonstance que le milieu réfringent transporte avec lui l'excès de l'éther qu'il renferme sur l'éther qui existerait dans le même espace vide, cette augmentation de vitesse serait la même pour les deux ondes ordinaire et extraordinaire, et l'on devrait avoir

$$\frac{\alpha}{n^2}=\frac{\alpha'}{n'^2}.$$

Mais alors, en dirigeant l'appareil alternativement dans le sens ou en sens contraire du mouvement de la Terre, le déplacement des franges ne serait plus nul; il aurait pour valeur

$$m-m'=2a\frac{e}{\lambda}\left(\alpha-\alpha\frac{n'^2}{n^2}\right)=2a\alpha\frac{e}{\lambda}\,\frac{n^2-n'^2}{n^2}=2a\alpha(n-n')\frac{e}{\lambda}\,\frac{n+n'}{n^2}.$$

Comme la différence de marche pour l'appareil en repos est $(n-n')\frac{e}{\lambda}$, la fraction dont cette différence serait modifiée est

$$2a\alpha\left(\frac{n+n'}{n^2}\right).$$

En remplaçant dans cette formule les indices du spath par leurs valeurs connues et le coefficient α par l'unité, la fraction devient

$$\frac{2}{10000}\,\frac{3,144}{2,548}=\frac{2,46}{10000}=\frac{1}{4000}\text{ environ.}$$

Une telle quantité n'aurait certainement pas échappé dans les expériences. On aurait donc dû observer un déplacement d'*une* frange pour une différence de marche de 4000 longueurs d'onde, ou bien de *vingt franges* pour une différence de marche de 80 000 longueurs d'onde. Dans ces conditions, le moindre changement de direction que l'on donnerait à l'appareil se traduirait par un déplacement de franges, et il est certain que rien de pareil n'a lieu.

Il semble résulter de là que, pour calculer l'influence des milieux pondérables, il est nécessaire d'avoir recours à d'autres considérations que celle du transport partiel de l'éther, comme le faisait Fresnel. Je laisse ce soin aux mathématiciens.

Le pouvoir rotatoire du quartz conduirait exactement aux mêmes conséquences. En effet, la rotation que ce cristal imprime au plan de polarisation des rayons qui le traversent dans la direction de l'axe dépend, d'après l'interprétation de Fresnel, de la différence de marche qui s'établit entre deux rayons polarisés circulairement, issus du rayon incident polarisé et qui se propagent avec des vitesses différentes.

L'expérience ayant démontré que la rotation du plan de polarisation n'est nullement influencée par le mouvement de la Terre, il en résulte que les deux rayons circulaires n'éprouvent pas le même changement de vitesse par suite du mouvement du milieu, et que l'on doit appliquer à chacun d'eux la formule de Fresnel, dans laquelle on introduira l'indice de réfraction particulier à chaque rayon circulaire.

La conclusion générale de ce Mémoire serait donc (si l'on fait abstraction de l'expérience de M. Fizeau sur la rotation du plan de polarisation par des séries de piles de glace) que le mouvement de translation de la Terre n'a aucune influence appréciable sur les phénomènes d'optique produits avec une source terrestre ou avec la lumière solaire, que ces phénomènes ne nous donnent pas le moyen d'apprécier le mouvement *absolu* d'un corps et que les mouvements *relatifs* sont les seuls que nous puissions atteindre.